Handreichung

für das

Konzept zur Förderung des flexiblen Zählens im Zahlenraum bis 20

- Beitragseinreichung im Rahmen des StartTraining-Preises 2021 l Auszeichnung angewandter Förderkonzepte -

Lehramt an Grundschulen

31. März 2021

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Im Rahmen des Projekts „StartTraining“ entwickelte ich ein Konzept zur Förderung des flexiblen Zählens im Zahlenraum bis 20. Die folgende Handreichung dient als Erklärung für das erstellte Material. Es handelt sich um eine Förderkartei, welche im Anhang dieser Handreichung zu finden ist.

Zum aktuellen Zeitpunkt konnte das erstellte Material aufgrund der Pandemielage noch nicht in der Praxis erprobt werden. Aus dem selbigen Grund konnte keine spezifische Fallbeschreibung der Kinder durchgeführt werden. Die Notwendigkeit eines Fördermaterials zum flexiblen Zählen beruht daher zunächst auf meinen persönlichen Beobachtungen innerhalb des Projekts und darauf aufbauend auf dem aktuellen Stand der Forschung bezüglich der Vorkenntnisse.

Daran anschließend ist zu erwähnen, dass die Wirkung und die Gelingensbedingungen ebenfalls zum aktuellen Stand nicht aufgeführt werden können, da das Material vorrangig in den ersten Schulwochen eines neuen Schuljahres eingesetzt werden sollte und das Schuljahr 2020/2021 bereits zu weit vorangeschritten war. Ein nächster Einsatz ist somit zum Schuljahresanfang im September 2021 in einer ersten Klasse denkbar.

Vielen Dank und viel Spaß beim Lesen!

Luise Sanno

Einleitung

„Die Mathematik ist die Königin der Wissenschaften, und die Zahlentheorie ist die Königin der Mathematik“ (REISS & SCHMIEDER 2014). Mit dieser Aussage positionierte sich CARL FRIEDRICH GAUß (1777-1855), ein überragender sowie renommierter Mathematiker, unmissverständlich innerhalb des großen Wissenschaftsgebiets der Mathematik. Die Zahlentheorie stellt offenkundig für ihn die Basis jeglicher mathematischer Betrachtungen dar. Hieraus ist ein Verständnis ableitbar, dass jeder Mensch im Zuge des institutionalisierten Bildungsprozesses Zugang zu den grundlegenden arithmetischen Lern-bereichen erhalten muss und dass die wesentlichen Lerninhalte dementsprechend verständlich und anwendungsorientiert vermittelt werden sollten. Diverse alltägliche Situationen fordern einen kompetenten Umgang mit Zahlen, so dass Kinder längst vor dem Schuleintritt vielfältige Erfahrungen mit Zahlen in verschiedenartigen Kontexten gesammelt haben. Bereits im Kindergartenalter werden beispielsweise Feststellungen über Vergleichsoperatoren getätigt, einzelne Zahlworte bei Spielen verwendet oder erste Aus- und Abzählhandlungen, meist in Form von Reimen, durchgeführt. Der Anfangsunterricht im Fach Mathematik in der Grundschule ist dahingehend „nicht [die] Stunde null für den Aufbau mathematischer Kompetenzen“ (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 14), sondern muss sich als Bündelung und Ausgleich differenzierter Vorkenntnisse verstehen. Diese Tatsache wird im Lehrplan für das Fach Mathematik im Bundesland Sachsen in dem Maß berücksichtigt, dass die Lernziele und Lerninhalte für die Klassenstufe 1 und 2 als Einheit zusammen aufgeführt werden, damit ein flexibles Arbeiten in der Schuleingangsphase gewährleistet werden kann (SÄCHSISCHES STAATS-MINISTERIUM FÜR KULTUS 2019, S. VII).

Der Lernbereich 2 zum Themenschwerpunkt der Arithmetik stellt weitreichende Lernziele für den Erwerb des Zahlbegriffs zusammen. Zunächst sollen die Kinder Einblicke in die Zahlenwelt gewinnen, indem sie Mengen bilden und Beziehungen zwischen Mengen, Zahlwörtern und Ziffern herstellen. Darauf aufbauend ist es entscheidend eine Orientierung im aktuellen Zahlenraum aufzubauen. Dafür müssen die Kompetenzen des Vorwärts- sowie des Rückwärtszählens in Einer- sowie Zweierschritten, der Bildung von Vorgängern und Nachfolgern und des Vergleichens und Ordnens der Zahlen in verschiedenen Sachsituationen geübt werden (SÄCHSISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR KULTUS 2019, S. 8f). Exakt diese Lernziele bilden die Ausgangslage der vorliegenden Handreichung, weil die Zusammenführung der beschriebenen Fähigkeiten das flexible Zählen, welches die Leitidee der Konzeption ausdrückt, beschreiben. Die Entwicklung einer Aufgabenkartei zum Erwerb der Zählkompetenz orientiert sich an den vom Lehrplan geforderten didaktischen Grundsätzen der Anschaulichkeit und der Anwendungsorientierung, so dass „jedes Kind entsprechend seinem Entwicklungsstand die Möglichkeit [erhält] auf geeignetes Material zurückzugreifen und auf diesem

Weg Vorstellungen aufzubauen." (Sächsisches Staatsministerium für Kultus 2019, S. 3). Einen weiteren entscheidenden Einfluss für die Erstellung der Aufgaben nehmen die Bildungsstandards für das Fach Mathematik, welche das Kompetenzniveau am Ende der vierten Klasse ausdrücken. Zunächst sind die allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu betrachten, weil diese eine durchgehende Anwendung und Berücksichtigung im Unterricht erfordern. Die Aufgabenkartei konzentriert sich allerdings zum einen auf die Stärkung des fachgerechten Kommunizierens, speziell auf die sachgerechte Verwendung mathematischer Fachbegriffe oder Zeichen und auf das gemeinsame Bearbeiten von Aufgaben, sowie zum anderen auf die Kompetenz des Darstellens von mathematischen Inhalten (Kultusminister-konferenz 2004, S. 8). Ebenso werden die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen komprimiert eingeflochten, so dass der Fokus auf das flexible Zählen gewahrt bleibt. Zunächst steht das Verständnis von Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen aus dem Bereich „Zahlen und Operationen" im Mittelpunkt. Daran knüpft sich umgehend die strukturierte Zahldarstellung aus dem Bereich der „Muster und Strukturen" an, so dass Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Mustern erkannt, beschrieben und fortgesetzt werden können (Kultusministerkonferenz 2004, S. 9f).

Aufgrund der heterogenen Vorkenntnisse der Kinder bedarf es einer spezifisch geprägten Konzeption für den Anfangsunterricht, so dass der Unterricht flexibel auf alle Lernausgangslagen reagieren kann und dahingehend jedem Kind gerecht wird. Über das Format der individuellen Förderung bieten sich Möglichkeiten der Umsetzung präventiver Maßnahmen, dem Abbau von Entwicklungsrückständen oder der Verringerung festgestellter Teilleistungsstörungen an (Sächsisches Staatsministerium für Kultus 2019, S. VIII). Die vorliegende Handreichung konzentriert sich speziell auf den Aspekt der Förderung von Kindern, die einen entscheidenden Leistungsrückstand bei der Entwicklung der Zählkompetenz aufzeigen. Jedoch liegt nicht der Anspruch zugrunde Rechenstörungen oder Rechenschwierigkeiten herauszustellen, sondern es wird sich lediglich auf Schwierigkeiten beim Erwerb der grundlegenden mathematischen Fähigkeit des Zählens fokussiert, da diese Kompetenz den Ausgangspunkt jeglicher mathematischer Themen darstellt und ihr folglich eine wegweisende Stellung beigemessen wird.

Der Aufbau dieser Handreichung gliedert sich dahingehend zunächst in die Betrachtung der theoretischen Fundierung. Dabei dient die fachwissenschaftliche Vorbetrachtung als Wegweiser für die sich anschließende fachdidaktische Untersuchung. Auf Basis der dargelegten Theorie zum aktuellen Forschungsstand der Thematik dienen die herausgestellten Ergebnisse als Grundlage für den praktischen Teil, welcher in Form einer Aufgabenkartei zum flexiblen Zählen im Zahlenraum bis 20 dargeboten wird.

1. Theoretische Fundierung

Eine umfassende Betrachtung des Themengebiets erfordert zunächst die Untersuchung der fachwissenschaftlichen Perspektive, um grundlegende mathematische Begrifflichkeiten zu definieren und einen einheitlichen Rahmen der Konzeption zu schaffen. Anschließend ist es möglich die fachdidaktische Perspektive zu analysieren, weil sich diese aus den zuvor eingegrenzten fachwissenschaftlichen Inhalten entwickelt. Daraus ableitend ist das zugrunde liegende Ziel die formell mathematischen Beweise alltagsfähig zu interpretieren und die Thematik für Grundschulkinder zugänglich zu machen.

1.1 Fachwissenschaftliche Perspektive

Die mathematische Fundierung der natürlichen Zahlen ist vielschichtiger als zunächst zu vermuten wäre. Dies liegt in der Erkenntnis begründet, „dass es nicht den Zahlbegriff gibt, sondern dass die Integration verschiedener Zahlaspekte zu einem umfassenden Zahlbegriffsverständnis führt“ (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 102). Damit jedoch eine solche Zusammenführung vollzogen werden kann, muss anfänglich eine Verknüpfung der Zahlwörter, welche in jeder Sprache unterschiedlich sind, und der Zahlzeichen, welche einheitlich verwendet werden, mit spezifischen Bedeutungsvorstellungen erfolgen (MAIER 1990, S. 7). Die natürlichen Zahlen sind daher grundlegend als mathematische Symbole zu betrachten, welche über zwei Wege mathematisch korrekt erklärbar sind. Eine solche Aufgliederung ist dahingehend gegeben, dass den jeweils beiden Beweisführungen unterschiedliche Zahlaspekte zugrunde liegen und sich daraus eine verschiedenartige Argumentation ergibt. Aufgrund dieser Tatsache wird anfänglich die Mengenlehre und deren Einfluss auf die Begriffsbestimmung der natürlichen Zahlen dargelegt. Dabei ist zu beachten, dass es sich nicht um eine vollständige Darstellung des wegweisenden Themengebiets der Mathematik handelt. Es werden lediglich einzelne Aspekte und Definitionen zusammengetragen, so dass die Existenz der natürlichen Zahlen belegbar ist. Anschließend folgt die Erläuterung der Peano-Axiome, welche eine eindeutige Zählstruktur ermöglichen.

1.1.1 Die Mengenlehre

Wie bereits in der Einführung dargelegt, stellt die Mengenlehre eine vielseitige Basis für zahlreiche mathematische Probleme dar und ist demzufolge häufig der Ausgangspunkt für mathematische Argumentationen und Beweisführungen. Ebenso lässt sich die Existenz der natürlichen Zahlen mithilfe der Mengenlehre aufzeigen. Zunächst ist dafür der Grundbegriff der Menge zu spezifizieren. Die geläufigste Definition geht auf den Mathematiker GEORG CANTOR (1845-1918) zurück, welcher folgendes festhielt: „Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten, wohl unterschiedenen Objekten unserer Anschauung und unseres Denkens (welche die Elemente von M genannt werden) zu einem Ganzen.“ (REISS & SCHMIEDER 2014, S. 2f). Eine Menge wird mit einem großen lateinischen Buchstaben gekennzeichnet und kann über zwei Schreibweisen konkretisiert werden. Zum einen existiert die Aufzählung der Elemente ($\mathrm{M} = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \ldots\}$) und zum anderen erfolgt die Angabe über die gemeinsamen Eigenschaften der Elemente ($\mathrm{M} = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$). Es folgt eine Auflistung von Eigenschaften, welche entscheidend für die Argumentation sind (REISS & SCHMIEDER 2014, S. 3-9):

(E1) Mächtigkeit von Mengen:
Die Anzahl der Elemente einer Menge M wird als ihre Mächtigkeit bezeichnet und man schreibt dafür $|\mathrm{M}|$.

(E2) Gleichmächtigkeit von Mengen:
Wenn zwei endliche Mengen die gleiche Anzahl von Elementen haben, dann nennt man sie gleichmächtig.

(E3) Teilmengen von Mengen:
Falls für jedes $\mathrm{x} \in \mathrm{A}$ auch $\mathrm{x} \in \mathrm{B}$ gilt, über die Umkehrung dieses Schlusses aber nichts ausgesagt ist, so heißt A eine Teilmenge von B ($\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$).

Das Ziel der Argumentation ist die Festsetzung der natürlichen Zahlen als Kardinalzahlen, welche ein Modell der natürlichen Zahlen sind (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 8). Ausgangspunkt sind zwei endliche Mengen A und B, welche über die so genannte Eins-zu-Eins-Zuordnung miteinander in Beziehung gesetzt werden. „Dabei wird jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zugeordnet und umgekehrt ist auch jedem Element von B genau ein Element von A zugeordnet“ (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 7). Nun sind zwei Fälle zu betrachten:

(1) Wenn die Eins-zu-Eins-Zuordnung ohne Rest (kein Element bleibt ohne Zuordnung zu einem Paar) vollzogen werden kann, dann gilt: die Mengen A und B sind gleichmächtig und man schreibt $|\mathrm{A}| = |\mathrm{B}|$. In diesem Fall besitzen die Mengen A und B die Eigenschaft der Äquivalenzrelation und somit dieselbe Kardinalzahl, welche sich aus der Mächtigkeit der Menge ableitet.
(2) Wenn die Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Rest (mindestens ein Element aus einer der beiden Mengen bleibt ohne Zuordnung zu einem Paar) vollzogen wird, dann gilt: die Mengen A und B sind nicht gleichmächtig und man schreibt $|\mathrm{A}| \neq |\mathrm{B}|$. In diesem Fall besitzen die Mengen A und B keine Äquivalenzrelation und somit nicht dieselbe Kardinalzahl.

Die systematische Definition der Kardinalzahlen erfolgt über die Standartmengen. Zunächst wird festgelegt, dass die leere Menge $\{\}$ die Kardinalzahl 0 erhält. Der Menge $\{0\}$, welche die bereits definierte Kardinalzahl enthält, wird die folgende Kardinalzahl 1 zugeordnet, weil die Mächtigkeit der Menge eins ist. Da die Mengen $\{\}$ und $\{0\}$ nicht gleichmächtig sind, bedeutet dies aufgrund der mathematischen Implikation, dass auch die beiden zugeordneten Kardinalzahlen verschieden sind. Als nächsten Schritt wird die Menge $\{0, 1\}$ betrachtet. Dieser neu gebildeten Menge wird darauf folgend die Kardinalzahl 2 zugeordnet, da die Menge aus zwei Elementen besteht. Dieses System führt bis ins Unendliche und bricht niemals ab. Daraufhin sind die natürlichen Zahlen als Kardinalzahlen beschrieben (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 8). Abschließend ist zu vermerken, dass die folgenden Mengen stets die vorherige Menge vollständig beinhaltet und dahingehend Teilmengenbeziehungen geschaffen werden. Diese Erkenntnis ist relevant für das Verständnis der Zahlzerlegung und der Zahlrelation, welche als höchste Kompetenzstufe des Zahlbegriffs interpretiert werden kann. Doch zuvor muss die Kompetenzstufe der Mengen-Zahl-Verknüpfung (vgl. ZGV-Modell von KRAJEWSKI im Kapitel 1.2.1) beherrscht werden. Auf jener lässt sich der soeben definierte Kardinalzahlaspekt verorten, denn dieser beinhaltet die „Beschreibung von Anzahlen“ (PADBERG 1997, S. 176) und schließt die Mengenlehre in den konzeptuellen Zahlbegriff ein.

1.1.2 Die Peano-Axiome

Einen gegenteiligen Ansatz für die Definition der natürlichen Zahlen liefert der italienische Mathematiker GIUSEPPE PEANO (1858-1932), welcher feststellte, dass die Existenz des natürlichen Zahlenraums nicht formell bewiesen werden kann, sondern buchstäblich vorausgesetzt werden muss. Die Definition erfolgt daraufhin über die Festlegung von Axiomen, wobei „[e]in Axiom […] ein mathematischer Grundsatz [ist], der nicht bewiesen werden kann. Mehrere Axiome bilden ein so genanntes Axiomensystem“ (REISS & SCHMIEDER 2014, S. 55). Dabei ist zu beachten, dass die ausformulierten Axiome zum einen keinen Widerspruch ergeben und zum anderen nichts Überflüssiges beschreiben dürfen (REISS & SCHMIEDER 2014, S. 56). Der folgenden Auflistung der vier Peano-Axiome (PA) liegt die Bedingung zugrunde, dass N $\mathrm{und\ ebenso}$ M jeweils nicht leere Menge sind:

(PA1) Jedem $\mathrm{n} \in \mathrm{N}$ ist genau ein $\mathrm{n}' \in \mathrm{N}$ zugeordnet, das der Nachfolger von n heißt.

(PA2) Es gibt ein $\mathrm{a} \in \mathrm{N}$, das für kein $\mathrm{n} \in \mathrm{N}$ Nachfolger ist.

(PA3) Sind $\mathrm{n}, \mathrm{m} \in \mathrm{N}$ verschieden, so sind auch die Nachfolger n', m' verschieden (dasselbe wird ausgedrückt durch: aus $\mathrm{n}' = \mathrm{m}'$ folgt $\mathrm{n} = \mathrm{m}$).

(PA4) Ist M eine Teilmenge von N mit $\mathrm{a} \in \mathrm{M}$ und enthält M zu jedem Element auch dessen Nachfolger, so gilt $\mathrm{M} = \mathrm{N}$.

Wenn eine Menge N alle vier Axiome erfüllt, dann handelt es sich um die Menge der natürlichen Zahlen und diese wird fortlaufend mit dem mathematischen Symbol $\mathbb{N}$ bezeichnet. Des Weiteren ergibt sich erst eine eindeutige Zählstruktur, wenn die Festlegung, dass die Zahl a aus (PA2) mit dem Zahlwort Eins betitelt und mit der Ziffer 1 beschrieben wird (REISS & SCHMIEDER 2014, S. 56) und wenn jedem Zahlwort sowie jeder Ziffer ein von dem ersten Zahlwort sowie ein von der ersten Ziffer wohl unterscheidbares weiteres Zahlwort oder eine weitere Ziffer folgt (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 5). Diese Herangehensweise entspricht einer mathematischen Konvention, welche den Zugang der Nachfolgerbildung nutzt und demzufolge den Ordinalzahlaspekt festsetzt. Die Prägnanz dieses Zahlaspekts beim Erwerb der Zahlwortreihe ist dahingehend offensichtlich und wird aus diesem Grund eine besondere Bedeutung in der sich anschließenden praktischen Darlegung erhalten. Die dahinter stehende Theorie ist auf den Aspekt zu beschränken, dass über den ordinalen Zahlaspekt die Position in einer festen vorgegebenen Reihenfolge vertreten wird. Es ist eine Unterscheidung zwischen den sich ableitbaren Zählzahlen (z.B. drei) und den Ordnungszahlen (z.B. dritter) zu treffen. Wobei zu vermerken ist, dass es an diesem Punkt für die Aufgabenkartei ausreichend ist den Zählzahlaspekt zu betrachten, da dieser konkret die Reihenfolge der Zählzahlen beschreibt, während der Ordnungszahlaspekt die „Reihenfolge innerhalb einer (total geordneten) Reihe“ (PADBERG 1997, S. 176) aufgreift. Letztgenannter ist jedoch für den Erwerb der reinen Zahlwortreihe zunächst nicht vordergründig relevant.

Neben den beiden bereits erwähnten Zahlaspekten setzt sich der konzeptuelle Zahlbegriff aus weiteren Aspekten zusammen, die an dieser Stelle kurz erwähnt und erläutert, jedoch nicht weiter ausgeführt werden, da der Erwerb der Zählkompetenz über den Kardinal- und Ordinalzahlaspekt erfolgt. Allerdings sollten stets alle Zahlaspekte beim Erlernen bedacht werden, weil „erst die Integration aller verschiedenen Aspekte […] zu einem gründlichen Verständnis der natürlichen Zahlen [führt]“ (PADBERG 1997, S. 178). Dahingehend stützt sich der Maßzahlaspekt auf die Mengenanschauung, weil eine festgelegte Maßeinheit die vorliegende Menge definiert und klassifiziert. Der Operatoraspekt hingegen beschreibt die „Vielfachheit einer Handlung oder eines Vorgangs“ (PADBERG 1997, S. 177) und wird durch den Rechenzahlaspekt ergänzt. Abschließend beschreibt der Codierungsaspekt die Verwendung der natürlichen Zahlen als Codes und Abkürzungen, die im jeweiligen Kontext interpretiert werden müssen. Kinder haben meist bereits vor dem Schuleintritt zahlreiche Erfahrungen mit allen Aspekten über Alltagssituationen sammeln können. Trotzdem muss das Verständnis aktiv aufgebaut und über verschiedenartige Zugänge dargeboten werden. Daraus ergibt sich, dass sich die Kompetenz der numerischen Bewusstheit kontinuierlich entwickelt und der erste Schritt das Erlernen des flexiblen Zählens darstellt, welches in einem folgenden Kapitel erläutert wird sowie das übergeordnete Ziel der Aufgabenkartei fixiert. Jedoch bedarf es für eine allumfassende Definition zunächst die Festlegung von Zählkonventionen, welche über die so genannten Zählprinzipien beschrieben werden.

1.1.3 Die Zählprinzipien

Aufgrund der dargelegten Erklärungsansätze zur Existenz der natürlichen Zahlen ergeben sich zwei Zählhandlungen, die klar voneinander unterschieden werden müssen. Zum einen repräsentiert das Zählen die Zahlnamen in ihrer natürlichen Folge (vgl. Peano-Axiome) und zum anderen erfolgt beim Aus- und Abzählen „eine umkehrbare eindeutige Zuordnung zwischen den Elementen der Menge M und einem Abschnitt der natürlichen Zahlen“ (MAIER 1990, S. 35) (vgl. Mengenlehre). Exakter werden beide Handlungen über die Zählprinzipien aufgegliedert.

GELMANN und GALLISTEL (1986) beantworten die Fragen „Wie wird gezählt?“ und „Was wird gezählt?“ indem sie Prinzipien analysierten, die beim Zählprozess eingehalten werden müssen, um ein eindeutiges und richtiges Ergebnis zu erhalten. Die eigentliche Zählhandlung stützt sich auf die so genannten „how-to-count-principles“, während die „what-to-count-principles“ die Zählmenge beschreiben. Zunächst muss für einen erfolgreichen Zählvorgang das Eindeutigkeitsprinzip beachtet werden. Dabei wird festgelegt, dass jedem der zu zählenden Objekte genau ein Zahlwort zugeordnet wird und sich somit die Gesamtmenge zeitweise in die bereits gezählten und in die noch nicht gezählten Teilmengen aufgliedert. Für eine eindeutige Eins-zu-Eins-Zuordnung bieten sich Zählstrategien wie das handelnde oder mentale Verschieben der Objekte an. Dabei werden die zwei Teilmengen ersichtlicher und die Wahrscheinlichkeit eines Zählfehlers aufgrund von Doppel-nennungen oder Auslassungen beschränken sich. Daran schließt sich das Prinzip der stabilen Ordnung an, welches die festgelegte Reihung der Zahlwörter beschreibt. Für einen zuverlässigen Zählvorgang muss somit die Zahlwortfolge sicher beherrscht werden. Der schrittweise Erwerb bis zur flexiblen Beherrschung wird im Kapitel 1.2.2 „Modelle zur Entwicklung der Zählkompetenz“ differenzierter aufgegriffen und erklärt. Das Kardinalzahlprinzip basiert auf dem bereits ausführlich dargelegten kardinalen Zahlaspekt und schließt den Zählvorgang ab, indem „das zuletzt genannte Zahlwort […] die Anzahl der Objekte einer Menge an[gibt]“ (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 19). Das Kapitel 1.2.1 „Modelle zur Entwicklung des Zahlbegriffs“ greift dieses Prinzip direkt auf und untersucht die Erkenntnis, dass die Zahlworte mit Mengen zu verknüpfen sind. Damit ist die erste Frage allumfassend beantwortet. Die Beantwortung der zweiten Frage erfordert zwei Zählprinzipien. Erstens muss das Abstraktionsprinzip anerkannt werden. Es besagt, dass die Eigenschaften der Objekte nicht entscheidend für den eigentlichen Zählvorgang sind und dass das Zählergebnis nicht von ihnen abhängt. Im Gegenteil ist es möglich jede beliebige Menge auszuzählen. Zweitens gilt das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung, welches beinhaltet, dass „[d]ie jeweilige Anordnung der zu zählenden

Objekte und auch die Reihenfolge, in der die Objekte gezählt werden, […] für das Zählergebnis nicht von Bedeutung [sind]“ (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 19). Für das Erlernen der Zählprinzipien ist es in der Praxis daher notwendig vielfältige und vielseitige Zählanlässe in verschiedenartigen Situationen anzubieten. Dabei sollte der Fokus nicht allein auf das Zählergebnis, sondern ebenso auf den Zählprozess gelegt werden. Bestimmte Konventionen erleichtern diesen Vorgang und ermöglichen eine Basis für den Austausch. Zum einen ist es hilfreich eine Menge nicht in der Mitte, sondern ab einem äußersten Rand auszuzählen oder das „Zählen in der Abfolge, wie die Objekte nebeneinander liegen“ (PADBERG & BENZ 2011, S. 10) zu präferieren. Dabei ist zu erwähnen, dass die Konventionen nicht zwingend eingehalten werden müssen, aber die Erkenntnis der Erleichterung kann für die Entwicklung von Zählstrategien genutzt werden.

1.1.4 Kriterien für das flexible Zählen

Aufgrund der dargelegten Theorie ist zu erkennen, dass die Vorgänge des Zählens sowie des Aus- und Abzählens ein vielschichtiger und resultativer Prozess sind. „Wann kann man aber davon sprechen, dass Kinder eine tragfähige Zahlvorstellung ausgebildet oder einen Zahlbegriff entwickelt haben, der ihnen das mathematische Weiterlernen auf verschiedenen Stufen und Anforderungen ermöglicht?“ (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 4). Das folgende Kapitel stellt dahingehend Kriterien für das flexible Zählen zusammen und bildet somit die Grundlage für die Leitfrage dieser Handreichung und legitimiert das Ziel der Aufgabenkartei.

Eine stabile Zählkompetenz wird schrittweise über das Zählen erworben. Bei jeder erneuten Zählhandlung erweitert sich das Wissen über die Zahlworte, die ordinale Ordnung und die kardinale Bedeutung. Mit Hilfe von verschiedenartigen, vielseitigen und abwechslungsreichen Zählübungen wird das Verständnis des kardinalen und ordinalen Zahlaspekts gefördert. Erst nachdem alle Zahlworte in der festgesetzten Reihenfolge aufgesagt werden können, ist es möglich die nachfolgenden Anforderungen zu meistern. Somit müssen Kinder in der Lage sein die Zahlwortreihe fehlerfrei in dem aktuellen Zahlenraum aufzusagen, von jeder beliebigen Zahl an vorwärts (Nachfolger zuordnen) und ebenso rückwärts (Vorgänger zuordnen) zu zählen, die Zählrichtung spontan zu ändern sowie in Zweier-, Dreier-, Vierer- und Fünferschritten zu zählen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass stets alle Zählprinzipien berücksichtigt und eingehalten werden. Des Weiteren ist es von Nöten die Zählhandlungen mit dem kardinalen Aspekt zu verknüpfen, indem das sichere Zählen zum Aus- und Abzählen von Mengen genutzt wird. Sobald diese Anforderungen in jeglichem Anwendungsbereich und bei den verschiedenartigen Aufgabenformaten sicher gemeistert werden, ist es möglich von einem flexiblen, gefestigten und kompetenten Zahlbegriffsverständnis zu sprechen, auf dem die weiterführenden mathematischen Themenbereiche aufgebaut werden können.

1.2 Fachdidaktische Perspektive

An die fachwissenschaftlichen Ausführungen, welche das „Was“ der Thematik beleuchteten, schließt sich umgehend die Betrachtung der fachdidaktischen Perspektive, also prinzipiell das „Wie“ der Thematik, an. Wie bereits mehrfach angesprochen ist es notwendig zunächst das Beherrschen der Zahlwortreihe zu schulen, bevor die numerische Bewusstheit im Sinne einer Verknüpfung von Mengen und Zahlen aufgebaut wird. Die Entwicklung und Förderung dieser zwei Aspekte wird das anstehende Kapitel über die Aufschlüsselung von Kompetenzmodellen zum Zahlbegriff und zur Zählkompetenz aufzeigen.

1.2.1 Modelle zur Entwicklung des Zahlbegriffs

Das wohl ursprünglichste Modell zur Zahlbegriffsentwicklung konstruierte PIAGET (1975) aufgrund seiner Untersuchungen zur natürlichen kognitiven Entwicklung von Kindern. Laut seinen Ergebnissen erfolgt diese über vier Stufen, wobei keine übersprungen werden kann. Angewendet auf die Zahlbegriffsentwicklung stellt PIAGET heraus, dass über Klassifikationsaufgaben der kardinale Zahlaspekt und über Reihungsaufgaben der ordinale Zahlaspekt erworben wird (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 16). Zuvor sind jedoch dafür unabdingbare Voraussetzungen zu schaffen, wie die Fähigkeit der Eins-zu-Eins-Zuordnung, die Fähigkeit der Klassifikation, die Fähigkeit der Seriation sowie das Prinzip der Invarianz (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 12). Letztgenanntes beschreibt die „Einsicht, dass sich die Anzahl der Elemente einer Menge nicht ändert, wenn man deren räumliche Ausdehnung ändert“ (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 17). Der sich daraus resultierende Zahlerhalt definiert einerseits den Beginn des Zahlverständnisses und deklariert ihn andererseits als Zielstellung, so „daß die Invarianz eine notwendige Bedingung jeder verstandesmäßigen Tätigkeit darstellt“ (PIAGET & SZEMINSKA 1975, S. 15). Wobei der endgültige Zahlbegriff sich aus der Vereinigung des Mengen-begriffs und des Ordnungsbegriffs ergibt, weil „[d]ie Untersuchung […] uns zu der Hypothese geführt [hat], daß die Ordination stets die Kardination voraussetzt und umgekehrt“ (PIAGET & SZEMINSKA 1975, S. 166). Dieses Verständnis ist aufgrund der Stufenentwicklung erst ab einem Alter von 6-7 Jahren erwartbar. PIAGET definiert diese Entwicklungsstufe als präoperationale Phase, da das logische Denken sowie die Fähigkeit zu kategorisieren noch nicht genutzt werden können und die Berücksichtigung von zwei unabhängigen Einflussfaktoren noch nicht möglich ist. Das Lösen von Aufgaben zur Invarianz ist daher erst in der sich anschließenden Phase des konkret-operationalen Stadiums erwartbar (SIEGLER & EISENBERG & DE LOACHE & SAFFRAN 2016, S. 125-127). Direkt an dieser Stelle setzt der erste Kritikpunkt des Modells an. Die Invarianz gilt heute nicht mehr als notwendige Voraussetzung des Zahlbegriffsverständnisses, sondern wird als eine eigenständige Kompetenz angesehen, welche sich unabhängig von einem bereits bestehenden „partiellen Konzept von der Zahl“ (MOSER OPITZ 2008, S.

51) abgrenzt. Daraus ist ableitbar, „dass die Fähigkeit zur Zahlinvarianz nicht der geeignete Fokus ist, um den Erwerb der Zahl zu erklären, und dass hierfür dem Zählen eine viel bedeutendere Rolle zukomm[en sollte]“ (KRAJEWSKI 2008, S. 67), welches von PIAGET als nicht relevant angesehen wird. Des Weiteren kann die Annahme der gleichzeitigen Entwicklung des kardinalen und ordinalen Zahlaspekts nicht empirisch belegt werden. Im Gegenteil unterstreichen Untersuchungen von KRAJEWSKI (2009), „dass sich das Verständnis der Ordinalzahl vor dem der Kardinalzahl entwickelt, und dass auch Trainingsprogramme zur Ordinalzahl einen größeren Zuwachs an arithmetischen Kompetenzen produzieren als Trainings, die im Wesentlichen nur auf die Kardinalzahl fokussieren“ (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 18). Abschließend steht die heutige Ansicht, dass sich der Zahlbegriff aus verschiedenen Zahlaspekten zusammensetzt, der Annahme, dass jener lediglich aus dem kardinalen und ordinalen Aspekt besteht, gegenüber (WEMBER 1998, S.70).

Ein aktuelles Kompetenzmodell liefert KRAJEWSKI (2008) mit der Grundannahme, dass „[e]rst wenn die Äquivalenz von Zahlbeziehungen (Zählfertigkeiten) und dahinter stehenden Mengenbeziehungen (Mengenwissen) verinnerlicht und die Vorstellung von Mengen gänzlich mit der Vorstellung von Zahlen verknüpft ist, […] ein tiefes Verständnis der Zahl erreicht“ (KRAJEWSKI 2008, S. 68) wird. Dabei erzeugt das Zahl-Größen-Verknüpfungs-Modell (ZGV-Modell) eine trennscharfe Demarkation zwischen dem Erwerb der Zahlwortfolge und dem konzeptuellen Zahlverständnis. In weiterer Abgrenzung zu PIAGET wird zwar die Seriation von Größen ebenso als eine wesentliche Voraussetzung angesehen, jedoch muss diese Kompetenz explizit mit der exakten Zahlwortfolge verknüpft werden (KRAJEWSKI & ENNEMOSER 2013, S. 50f). Für eine sichere Verknüpfung stellt die flexible Zählkompetenz eine wesentliche Voraussetzung dar (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 105). Das vorliegende Modell reduziert dabei die Kompetenzzuschreibung auf die minimalste Anforderung, weil der Vorteil dieser Handhabung darin liegt, dass die Entwicklungsschritte differenzierter begutachtet und Entwicklungshürden detaillierter lokalisiert werden können. Daraus ergeben sich optimierte Fördermaßnahmen (KRAJEWSKI & ENNEMOSER 2013, S. 46), welche sich direkt von dem Aufbau des Modells mit Hilfe von drei Kompetenzebenen (KE) ableiten lassen (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 26-31):

(KE1) Zahlwörter und Ziffern ohne Mengenbezug/Größenbezug - Basisfertigkeiten:
Die erste Kompetenzstufe umfasst zwei wichtige Basisfertigkeiten. Zum einen handelt es sich um die Wahrnehmung von Mengen- bzw. Größenunterscheidungen ohne Zahl-Größen-Bezüge, indem Vergleiche nach den Kriterien „mehr“, „weniger“ und „gleich viel“ getätigt werden. Diese Anforderung findet noch unabhängig von Zahlen und somit nicht auf der numerischen Ebene statt (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 103). Zum anderen handelt es sich um das Aufsagen der Zahlwörter, welche zu diesem Zeitpunkt in keiner Beziehung zueinander

stehen. Im Gegenteil ist die Zahlwortreihe zunächst noch fehlerhaft und lückenhaft, entwickelt sich allerdings über stetiges Üben zur exakten Zahlwortfolge weiter. Diese ist noch nicht mit einer Mengen- oder Größenvorstellung verknüpft, sondern ist lediglich auswendig gelernt.

(KE2) Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengen/Größen - einfaches Zahlenverständnis: Die zweite Kompetenzstufe umfasst die Verknüpfung von den Zahlwörtern der ersten Stufe mit Mengen- bzw. Größenrepräsentationen. Jener Vorgang kann als wichtigster Meilenstein des Modells beschrieben werden. Der Entwicklungsabschnitt beginnt etwa ab drei Jahren und verläuft in zwei Phasen. Zunächst bildet sich ein unpräzises Anzahlkonzept aus. Dabei werden Zahlworte zu groben Kategorien zugeordnet, indem erste Assoziationen mit den nicht numerischen Mengenwörtern „wenig“ oder „viel“ abgespeichert werden. Die Kinder werden sich darüber bewusst, dass die Zahlworte mit Größen verknüpfbar sind, die deren Mächtigkeit repräsentieren. „So wird mit dem unpräzisen Anzahlkonzept […] im ZGV-Modell ein Stadium der Zahl-Größen-Verknüpfung eingeführt, das dem Kardinalverständnis von Zahlen […] vorausgeht und unter anderem erklären kann, dass es bestimmte Entwicklungsphasen gibt, in denen Kinder größenmächtig zwar zwischen weit auseinander liegenden Zahlen […], aber nicht zwischen Nachbarzahlen […] unterscheiden können.“ (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 36). Anschließend festigen sich die Verknüpfungen soweit, dass ein präzises Anzahlkonzept vorliegt, weil die bereits gebildeten groben Mengenkategorien verfeinert, aufgespalten und präzisiert wurden. In dieser zweiten Phase korrespondiert jede einzelne Zahl der Zahlwortfolge mit einer einzelnen auszählbaren Menge. Für das Ab- bzw. Auszählen ist das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung notwendig, welches jedoch in dem vorliegenden Modell nicht konkret aufgegriffen wird, aber bei FRITZ und RICKEN auf der zweiten Stufe in Form eines ordinalen Zahlenstrahls genauer beschrieben wird, indem die Zahlwortreihe auf einzelne Objekte einer Menge angewendet wird (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 37). Ebenso entwickelt sich das Kardinalkonzept und die Erkenntnis, dass benachbarte Zahlen sich in der Größe unterscheiden, verfestigt sich. Des Weiteren stabilisieren sich neben dem Anzahlkonzept die Erkenntnis der Mengeninvarianz und der Zerlegbarkeit von Mengen in Teilmengen sowie deren Umkehrung ohne Zahlbezug beginnt zu reifen.

(KE3) Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengenrelationen/Größenrelationen - tiefes Zahlenverständnis:
Die dritte Kompetenzstufe bildet den Abschluss des Modells und beschreibt daher einen tragfähigen und stabilen Zahlbegriff. Dieser äußert sich über die Fähigkeiten Relationen von Mengen mithilfe von Zahlwörtern zu verbalisieren, Zusammensetzungen und Zerlegungen von Zahlen vorzunehmen und die Differenz von Zahlen mit einer weiteren Zahl zu beschreiben.

> Dafür ist es notwendig, dass das bereits erworbene Wissen über die Mengenzerlegbarkeit im Sinne des Teil-Ganzes-Schemas auf die Zahlen erweitert wird. Diese Erkenntnisse beschreiben einen „Übergang zu einem arithmetischen Verständnis von Zahlen“ (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 103) und vollenden den Zahl-Größen-Verknüpfungs-Prozess.

Mehrere der beschriebenen Entwicklungen des Modells können parallel ablaufen. Dies wird unter anderem bestimmt von den Faktoren der Repräsentationsform, des Zahlenraums sowie der benötigten Zahlwortfolge. Allerdings liegt der Fokus sehr stark auf dem Erwerb des kardinalen Zahlaspekts, in dessen bereits festgestellt werden konnte, dass ebenso der ordinale Aspekt die entscheidende Grundlage für einen allumfassenden Zahlbegriff legt. Deswegen soll an dieser Stelle die Ausbildung einer inneren, abstrakten Zahlenraumvorstellung aus dem Zahlbegriffsmodell von VON ASTER ergänzt werden. Dies beschreibt die mentale Repräsentation der ordinalen Zahlen in Form eines Zahlenstrahls oder Zahlenwegs, welche eine unterstützende Wirkung beim Rechnen lernen aufweisen und dahingehend das mathematische Weiterlernen fördern (SCHNEIDER & KÜSPERT & KRAJEWSKI 2016, S. 48). Aus diesem Grund wird der Entwicklung und Festigung des inneren Zahlenraums eine besondere Bedeutung in der Aufgabenkartei zukommen.

1.2.2 Modelle zur Entwicklung der Zählkompetenz

Wie im vorangestellten Kapitel erörtert, stellt das Beherrschen der Zahlwortreihe die grundlegende Kompetenz im Zahlbegriffserwerb dar und dementsprechend wird der Prozess zum flexiblen Zählen nachfolgend kleinschrittiger betrachtet. Es werden zwei Modelle zur Entwicklung der Zählkompetenz dargelegt und miteinander in Beziehung gesetzt.

Das Entwicklungsmodell von FUSON (1988) beschreibt fünf Niveaus, die bis zum vollständigen Erwerb der Zahlwortreihe bis 20 durchlaufen werden. Die Zahlwortreihe ist in diesem Zahlenraum unregelmäßig, so dass die Zahlwörter von eins bis zwölf und die jeweiligen Zehnerzahlen auswendig gelernt werden müssen (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 22). Des Weiteren muss die Zusammensetzung der zweistelligen Zahlen mit der Nennung des Zehners an zweiter Stelle als Konvention erlernt und gleichzeitig Ausnahmen wie Sechzehn statt Sechszehn sowie Siebzehn statt Siebenzehn thematisiert werden. Diese sprachlichen typischen Zählfehler gehören zum natürlichen Entwicklungsprozess der kindlichen Zahlwortreihe dazu. Es handelt sich daher nicht um eine mathematische Inkompetenz oder Sprachstörungen (LORENZ 2012, S. 50).

Es folgt eine Auflistung der fünf Entwicklungsniveaus (N) mit entsprechenden Beschreibungen (PADBERG & BENZ 2011, S. 10f / SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 105f):

(N1) String level / Zahlwortreihe als Ganzheit

Die Zahlwortreihe kann nur als Ganzes unstrukturiert eingesetzt werden. Dabei ist es möglich einzelne Zahlwörter zu benennen, allerdings gelingt dies nur über das gesamte Aufsagen der bekannten Zahlwortreihe. Meist kommt es jedoch zu keiner Unterscheidung der einzelnen Zahlwörter, sondern es handelt sich hauptsächlich um das Aufsagen eines Gedichtes. Dementsprechend ist das Zählen nicht möglich, da keine Eins-zu-Eins-Zuordnung vollzogen werden kann.

(N2) Unbreakable chain level / Unflexible Zahlwortreihe

Nun können die einzelnen Zahlwörter wohl voneinander unterschieden werden. Das Aufsagen der Reihe erfolgt immer bei dem Zahlwort eins. Somit ist das Weiterzählen ab einer höheren Zahl noch nicht möglich. Allerdings kann die Anzahlbestimmung durch das Zählen gelingen.

(N3) Breakable chain level / Teilweise flexible Zahlwortreihe

Ab diesem Punkt dienen nun ebenfalls größere Zahlen als eins als Startpunkt für die Zahlwortreihe. Des Weiteren beginnen sich die Kompetenzen von einer vorgegebenen Zahl aus bis zu einer größeren oder kleineren Zahl vorwärts bzw. rückwärts zu zählen sowie der umgehenden Benennung des Vorgängers und des Nachfolgers zu entwickeln. Jedoch ist das Rückwärtszählen noch teilweise unsicher und brüchig.

(N4) Numberable chain level / Flexible Zahlwortreihe

In diesem Stadium ist es möglich von jeder beliebigen Zahl aus um eine vorgegebene Anzahl an Schritten weiterzuzählen und die Kinder können bestimmen um wie viel von einer vorgegebenen Zahl bis zu einer zweiten Zahl weitergezählt werden muss. Ab etwa sieben Jahren sind beide Kompetenzen ebenso beim Rückwärtszählen möglich.

(N5) Bidirectional chain level / Vollständig reversible Zahlwortreihe

Das Endniveau umfasst das leichte und flexible Wechseln der Zählrichtung ohne Verwechslungen sowie langen Überlegungen. Des Weiteren kann ab jedem beliebigen Zahlwort zügig vorwärts und rückwärts gezählt sowie die Analyse des Vorgängers und Nachfolgers unverzüglich abgeleitet werden.

In Abgrenzung zum Modell von FUSON (1988), welches sich auf Untersuchungen bezüglich der Aspekte „wie“ und „wozu“ das Zählen auf den einzelnen Altersstufen eingesetzt wird bezieht, beschreibt das Modell von HASEMANN ET AL. (2000) die Zunahme der Sicherheit beim Zählen bis zum Schulanfang (PADBERG & BENZ 2011, S. 12) in ebenfalls fünf Phasen (P), welche gleichwertig aufgelistet und erläutert werden (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 23):

(P1) Verbales Zählen

Die Zahlwortreihe ist noch nicht strukturiert und kann demzufolge nicht zum Abzählen genutzt werden. Die einzelnen Zahlwörter werden nicht unterschieden und besitzen noch keine kardinale Bedeutung.

(P2) Asynchrones Zählen

Etwa ab dreieinhalb Jahren benutzen die Kinder die Zahlwörter in der richtigen Reihenfolge zum Zählen von Objekten. Dabei werden teilweise Zählobjekte übersehen oder doppelt gezählt, so dass noch nicht von einer gefestigten Eins-zu-Eins-Zuordnung gesprochen werden kann. Jedoch entwickelt sich das synchrone Zählen, welches die Nennung eines Zahlwortes und das gleichzeitige Zeigen auf genau ein Objekt beschreibt.

(P3) Ordnen der Objekte während des Zählens

Ab etwa viereinhalb Jahren gelingt es den Kindern ungeordnete Objekte beim Zählvorgang in eine geordnete Struktur zu bringen. Strategien, wie zum Beispiel das zur Seite schieben von bereits gezählten Objekten, dienen dazu als Unterstützung.

(P4) Resultatives Zählen

Ab etwa fünf Jahren wird jedes Objekt nur einmal gezählt und das Wissen, dass das letztgenannte Zahlwort die Anzahl der gezählten Objekte bestimmt, festigt sich. Des Weiteren erkennen die Kinder, dass sie stets bei der Eins anfangen müssen zu zählen.

(P5) Abkürzendes Zählen

Ab etwa fünfeinhalb Jahren sind die Kinder in der Lage Strukturen (z.B. das Zahlbild der Fünf) zu bilden und von einer Zahl an vorwärts, rückwärts sowie in Zweierschritten zu zählen.

Anhand diesem Modell ist zu erkennen, dass die Entwicklung der Zählkompetenz als eine Integration von verschiedenen Teilkompetenzen angesehen werden kann und „der Erwerb der Zahlwortreihe […] nicht isoliert von Erfahrungen des Abzählens und der Erkenntnis, dass Zahlwörter Anzahlen benennen“ (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 23) erfolgt. In diesem Punkt stimmen die Modelle zur Entwicklung der Zählkompetenz nicht mit dem Modell zur Zahl-Größen-Verknüpfung überein, weil dieses das Erlernen der Zahlworte und das Verknüpfen von Zahl-Mengen-Vorstellungen auf zwei getrennten Kompetenzstufen verortet. Theorien repräsentieren absolute Ansichten und müssen in der Praxis stets überprüft sowie angepasst werden. Aus diesem Grund ist es nötig die einzelnen Anhaltspunkte herauszufiltern und miteinander in Beziehung zu setzen. Die anschließende praxisorientierte Aufgabenkartei sieht das Modell von HASEMANN ET AL. als Brücke zwischen der ersten und zweiten Kompetenzstufe des Modells von KRAJEWSKI an und berücksichtigt beide Herangehensweisen.

2. Aktueller Stand der Forschung bezüglich der Vorkenntnisse

Der Übergang vom Kindergarten in die Schule fordert auf verschiedenen Ebenen ein hohes Maß an Transitionskompetenz aller Akteure, um eine erfolgreiche Passung zwischen den bereits erworbenen Kompetenzen der Kinder und den Anforderungen des Schulsystems zu gewährleisten. Grundlegend stellt sich demgemäß die Frage welche Kompetenzen Schulanfängerkinder bereits vor der Einschulung besitzen und in welchen Bereichen Defizite existieren, die einen erfolgreichen Übergang in die Schule erschweren können? Die aktuellen Forschungsansätze spezifizieren Vorläuferfertigkeiten und Fähigkeiten, die einen direkten Einfluss auf die zu erwartende schulische Mathematikleistung nehmen und erheben die Ausgangslage in pränumerischen und numerischen Kompetenzen. Dabei konnte festgestellt werden, „dass schon im letzten Kindergartenjahr große Unterschiede im Vorwissensniveau bestehen, die bedeutsam dafür sind, welche mathematischen Kompetenzen ein Kind in den ersten zwei Schuljahren zeigen wird“ (KRAJEWSKI 2008, S. 213). Aus diesem Grund lautet das Ziel der meisten Untersuchungen Präventionsmaßnahmen abzuleiten, so dass Risikokinder auf dem Weg zu kompetenten Rechnern frühzeitig unterstützt und gefördert werden können. Ein besonderer Fokus liegt dabei auf dem numerischen Verständnis, weil „das mengen- wie das zahlenbezogene Vorwissen […] als spezifische Vorläuferfertigkeiten schulischer Mathematikleistungen identifiziert und in mehrfacher Hinsicht als solche nachgewiesen werden“ (KRAJEWSKI 2008, S. 211) konnten.

Das vorliegende Kapitel stellt dahingehend die bereits erworbenen Erkenntnisse aus zwei verschiedenen Studien zu der Zählkompetenz von Vorschulkindern zusammen, weil diese unter dem Gesichtspunkt der Heterogenität relevant für die praktische Gestaltung des Anfangsunterrichts im Fach Mathematik sind.

2.1 Ausgewählte Studien

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchungen von GRÜßING und PETER-KOOP (2008) sowie von MOSER OPITZ (2008) detailliert dargestellt und interpretiert. Dabei ist zu erwähnen, dass sich an dieser Stelle allein auf die Ergebnisdarstellung beschränkt wird, da eine umfangreiche Auswertung der Studien nicht zum Ziel dieser Handreichung beiträgt und gleichzeitig den Umfang überschreiten würde. Des Weiteren gilt, dass die vorliegenden Studien aufgrund ihrer Aktualität ausgewählt wurden und als Repräsentanten für zahlreiche weitere Forschungen angesehen werden können.

2.1.1 Untersuchung von Grüßing und Peter-Kopp

Bei der Untersuchung von GRÜßING und PETER-KOOP (2008) handelt es sich um eine breit angelegte Längsschnittuntersuchung, welche über einen Vergleich mit australischen Ergebnissen von CLARKE und CLARKE (2008) ergänzt wird. Im weiteren Verlauf wird jedoch der Fokus allein auf die Ergebnisse der deutschen Kinder gelegt und auf den Vergleich mit den australischen Kindern aufgrund von zu weitführenden Analysen verzichtet. In Deutschland wurden 850 Kindergartenkinder knapp ein Jahr vor der Einschulung und 810 Kindergartenkinder kurz vor der Einschulung (PADBERG & BENZ 2011, S. 17) über Items, welche jeweils einer theoriebasierten Kategorie zuordbar sind, getestet. Die in der folgenden Tabelle angegebenen Prozentzahlen der 19 ausgewählten Items entsprechen den Ergebnissen des zweiten Testzeitpunktes (CLARKE & CLARKE & GRÜßING & PETER-KOOP 2008, S. 270-280).

ZÄHLEN / Item 1-3 (S. 279f)
90% - Aufsagen der Zahlwortreihe bis 20 75% - Mengen mit 20 Elementen zählen 40% - von verschiedenen Startzahlen aus in Einerschritten vorwärts und rückwärts zählen
ZIFFERNKENNTNIS / Item 4-5 (S. 274)
80% - ordnen die Ziffernkarten von 1 bis 9 erfolgreich an 79% - ordnen die Ziffernkarten von 0 bis 9 richtig an
KARDINALZAHLASPEKT / Item 6-11 (S. 273f)
98% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 2 Punkten richtig 97% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 3 Punkten richtig 96% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 4 Punkten richtig 92% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 0 Punkten richtig 90% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 5 Punkten richtig 67% - Zuordnung von Anzahlen zu gegebenen Punktekarten bei 9 Punkten richtig
ORDINALZAHLASPEKT / Item 12-13 (S. 270)
91% - zeigen des dritten Teddy in der Reihe korrekt 81% - zeigen des fünften Teddy in der Reihe korrekt
VORGÄNGER / Item 14-16 (S. 276f)
83% - können Zahl vor 3 benennen 62% - können Zahl vor 12 benennen 43% - können Zahl vor 20 benennen
NACHFOLGER / Item 17-19 (S. 276f)

97% - können Zahl nach 4 benennen 87% - können Zahl nach 10 benennen 76% - können Zahl nach 15 benennen

Die einzelnen Kategorien weisen spannende Entwicklungen auf, die es in der Anfangsphase des Mathematikunterrichts in der Schule zu beachten gilt und an diesem Punkt knapp erfasst werden sollen. Bezüglich der ersten und zweiten Kategorie, des Zählens und der Ziffernkenntnis, erfolgt ein besonders starker Zuwachs im letzten Kindergartenjahr (PADBERG & BENZ 2011, S. 18-20). Diese Erkenntnis zeigt eine sensible Phase zur Förderung der Zählkompetenz und Ziffernkenntnis auf, welche in den ersten Schulwochen weiter ausgeführt werden muss. Die Ergebnisse des Kardinalzahlaspekts und des Ordinalzahlaspekts beweisen, dass Schulanfängerkinder bereits mit den zwei entscheidenden Zahlaspekten für das flexible Zählen in Kontakt getreten sind und diese Vorerfahrungen in einem übersichtlichen Zahlenraum bereits sicher anwenden können. Diese Kompetenzen dürfen im Anfangsunterricht nicht übergangen werden. Die Überprüfung des gefestigten inneren Zahlenstrahls über die Items 14 bis 19 beweist, dass Kindern das Rückwärtszählen deutlich schwerer fällt, als das Vorwärtszählen und eine deutliche Unsicherheit in einem größeren Zahlenraum existiert.

Zusammenfassend lässt sich dahingehend ableiten, dass Kinder bereits vor der Einschulung ein hohes Maß an arithmetischen Grundkenntnissen besitzen, jedoch zu beachten ist, dass die Leistungsunterschiede stark auseinander gehen. Die Probleme schulisch schwacher Rechner zeigen sich bereits vor der Einschulung in schwachen Mengen-Zahlen-Kompetenzen (CLARKE & CLARKE & GRÜßING & PETER-KOOP 2008, S. 262), die dringend über eine differenzierte und individualisierte Förderung aufzuholen sind.

2.1.2 Untersuchung von Moser Opitz

Die folgende Untersuchung wurde von MOSER OPITZ (2008) in der Schweiz im Kanton Bern mit 162 ausgewählten Kindern (MOSER OPITZ 2008, S. 132), welche eine Kleinklasse für Lernbehinderte besuchen werden, durchgeführt und beabsichtigt die Analyse, welchen Einfluss der Ansatz des aktiv-entdeckenden Lernens auf die mathematische Kompetenzentwicklung innerhalb des ersten Schuljahres nimmt. Auf eine allumfassende Definition und Beschreibung des Ansatzes wird verzichtet, weil lediglich einzelne Aspekte der Theorie in den Ergebnissen sowie im später folgenden praktischen Teil aufgegriffen und an geeigneter Stelle erläutert werden. Aufgrund der Entwicklungsuntersuchung sind zwei Messzeitpunkte, einmal vor dem Schuleintritt und einmal nach Beendigung der ersten Klasse, notwendig. Die dargestellten Ergebnisse beschränken sich auf die Erkenntnisse der ersten Testung (MOSER OPITZ 2008, S. 149).

PRÄNUMERISCHE AUFGABENSTELLUNG (S. 149)
81,4% - Klassifikation 72,0% - Seriation 89,5% - Eins-zu-Eins-Zuordnung
MENGENBEGRIFF- UND VERGLEICH (S. 149)
88,3 – 98,8% - gib mir *n* Objekte mit Mengen 3-6 79,7% - Mengenvergleich mit Gegenständen 45,3% - Mengenvergleich mit Zahlen zwischen 15 und 25
ZÄHLEN (S. 149)
55,6% - vorwärts bis 20 und weiter 49,4% - rückwärts von 6 69,8 – 92,6% - Zahlen von 1 bis 10 benennen 29,6% - Zahlen von 1 bis 10 schreiben

Die geringeren Prozentzahlen im Vergleich zur Untersuchung von GRÜßING und PETER-KOOP sind dahingehend zu begründen, dass die Studie von MOSER OPITZ im Sinne der Heil- und Sonderpädagogik durchgeführt wurde. Jedoch nimmt dieser Aspekt keine tragende Rolle für die Erkenntnis ein, dass die Werte der spezifischen Subtests aufzeigen, dass die Vorkenntnisse äußerst heterogen ausfallen und diese Spanne der Leistungsheterogenität einen hohen Grad an Individualisierungsmaßnahmen erfordert (MOSER OPITZ 2008, S. 165). Des Weiteren empfiehlt MOSER OPITZ das pränumerische Arbeiten stark einzuschränken, da meist sehr gute Leistungen erbracht werden und es ausreicht diese lediglich zu Beginn zu überprüfen sowie bei Bedarf näher darauf einzugehen. Daran anschließend ist es problemlos möglich den Zahlenraum bis 20 ganzheitlich einzuführen und somit Erfahrungen auf verschieden Niveaus im Sinne der Individualisierungspraxis und des aktiv-entdeckenden Lernens anzubieten. Dem Leistungsunterschied, welcher einen Umfang von bis zu einem Schuljahr besitzen kann, ist somit entgegenzuwirken und gleichzeitig ist eine Förderung aller Kinder möglich (MOSER OPITZ 2008, S. 150).

2.2 Die Leitfrage

Anhand der dargelegten Theorie zur Thematik des Zählens im ersten Kapitel wurde deutlich, dass der Erwerb eines gefestigten und flexibel verwendbaren Zahlbegriffs sich aus einer Vielzahl an Aspekten zusammensetzt und sich stetig weiterentwickelt. Der flexible Umgang mit Zahlen stellt eine entscheidende Voraussetzung für zahlreiche weiterführende mathematische Themen dar. Dabei kann der Erwerb der Zahlwortreihe bereits zu einer Herausforderung für einige Kinder werden. Des Weiteren tragen Schwierigkeiten bei der Eins-zu-Eins-Zuordnung, Unklarheiten über die Begriffe „gleich viel", „mehr" und „weniger" sowie eine unzureichende Orientierung im aktuellen Zahlenraum aufgrund einer einseitigen ordinalen Zahlvorstellung zu Verständnisproblemen und Zählfehlern bei (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 151f). Anhand der beschriebenen Studien wurde deutlich, dass der Leistungsunterschied mit Augenmerk auf den Anfangsunterricht zwischen den einzelnen Kindern innerhalb einer Klasse weit auseinander geht. Daraufhin werden Empfehlungen zum einen für eine offene und differenzierte Unterrichtsgestaltung über kontextgebundene komplexe Aufgabenstellungen (PADBERG & BENZ 2011, S. 26) sowie zum anderen für aktive und entdeckende Lerngelegenheiten über eigene Lernwege (MOSER OPITZ 2008, S. 109) ausgesprochen. Die Gemeinsamkeit besteht in der Forderung die bereits angesprochene Heterogenität zu berücksichtigen und idealerweise zum Vorteil zu nutzen. Dabei sollten alle Kinder gleichfalls gefordert und gefördert werden. Dies wiederum erzwingt die Fragen „Wann" und „Wie" im regulären Unterrichtsbetrieb eine Förderung stattfinden kann.

Das Ziel der vorliegenden Konzeption besteht in der Erstellung einer Aufgabenkartei zum flexiblen Zählen im Zahlenraum bis 20 und kann dahingehend als Antwortversuch auf die angesprochenen Fragestellungen verstanden werden. Wobei festzuhalten ist, dass die erstellte Aufgabenkartei im Regelunterricht Anwendung finden kann und in Förderstunden eingesetzt wird. Die Bearbeitung der Aufgaben kann innerhalb von Freiarbeitsphasen, Wochen- oder Tagesplanarbeiten oder allgemein in individuellen Lernangeboten erfolgen. Dahingehend ist die Frage nach dem „Wann" verhältnismäßig schnell und eindeutig beantwortet. Anders verhält es sich mit der Suche nach dem „Wie". Die vorhandene und aktuelle Literatur gibt, wie bereits erwähnt, weit gefasste Vorschläge für verschiedene Aufgabentypen, welche die Zählkompetenz fördern, an. Jedoch existieren selten klare Zusammenstellungen von greifbaren Aufgaben, die umgehend im Unterricht eingesetzt werden können. Dementsprechend stellt sich die folgende Leitfrage: Wie kann die Förderung der numerischen Bewusstheit im Sinne der Verknüpfung von Zahlen und Mengen im Anfangsunterricht Mathematik konkret umgesetzt werden?

3. Praktische Umsetzung

Das sich anschließende Kapitel lässt sich als eine Reaktion auf die im vorangestellten Kapitel geforderte sowie notwendige Förderung verstehen und bildet dahingehend die Grundlage für die Beantwortung der vorliegenden Leitfrage, wie die Förderung der numerischen Bewusstheit im Sinne der Verknüpfung von Zahlen und Mengen im Anfangsunterricht Mathematik konkret umgesetzt werden kann. Dafür werden zunächst die grundlegenden Informationen zur Konzeption der Aufgabenkartei näher erläutert, so dass anschließend die spezifischen Förderkarteien verständlich beschrieben werden können.

3.1 Konzeption der Aufgabenkartei zum flexiblen Zählen im Zahlenraum bis 20

Das übergeordnete Lernziel der Aufgabenkartei ist der Kompetenzerwerb des flexiblen Zählens im Zahlenraum bis 20. Für diesen Lernprozess lassen sich zwei entscheidende Teillernziele aus der theoretischen Analyse ableiten. Zum einen muss das Aufsagen der Zahlwortfolge geschult sowie in den Blick genommen werden (vgl. Entwicklung der Zählkompetenz) und zum anderen muss das „Verständnis der Zahlen in ihrer Verknüpfung mit den dahinterstehenden Mengen“ (KRAJEWSKI 2005, S. 68) entfaltet sowie verfeinert werden (vgl. Entwicklung des Zahlbegriffs). Aus dieser Tatsache ergibt sich umgehend der grundlegende Aufbau, indem die Kartei I den Schwerpunkt auf die Tätigkeit des Zählens und die Kartei II den Fokus auf die Tätigkeit des Abzählens legt. Angrenzend ist zu vermerken, dass die Aufgabensammlung sich lediglich auf den Bereich der Förderung konzentriert und den Bereich der Forderung nicht berücksichtigt. Der profitierende Personenkreis setzt sich dahingehend zum einen aus Kindern, „die temporär und bei der Bearbeitung von spezifischen Inhalten Schwierigkeiten zeigen [und zum anderen aus] Schülerinnen und Schüler[n], die im Vergleich zur Altersgruppe einen sehr großen Leistungsrückstand aufweisen“ (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 15) zusammen. Es ist möglich die Aufgabenkartei als zusätzliches Arbeitsmaterial in Freiarbeitsphasen, individuellen Lernzeiten oder Förderangeboten zu nutzen, dennoch ist es ebenso denkbar einzelne Aufgabenformate in den Regelunterricht für alle Kinder aufzunehmen. Dabei muss jedoch die didaktische Vorgehensweise zur Konzeption der Aufgabenkartei passen. Diese stützt sich auf die Betrachtung eines größeren, ganzheitlichen Zahlenraums bis 20 und lässt an einigen Stellen eine Untergliederung in den Zahlenraum bis 10 zu. Die wesentlichsten Vorteile liegen in der Möglichkeit begründet, dass somit an die bereits verschiedenartigen sowie differenzierten Vorkenntnisse der Kinder angeknüpft werden kann und dass Türen für das aktiv-entdeckende (vgl. Untersuchung von Moser Opitz) sowie soziale Lernen geöffnet werden. Des Weiteren ist die Verbindung der Anzahl- und Zählzahlaspekte geradliniger anschließbar (HASEMANN & GASTEIGER 2014, S. 93).

Neben dem ganzheitlichen Aufbau der Aufgabenkartei ist die spezifische Struktur der Aufgaben zu betrachten. Es handelt sich allgemein um das gestützte und formale Übungsformat, welches zunächst die Verwendung von Veranschaulichungen nutzt um die Vorstellungsfähigkeit zu entfalten (SCHERER & MOSER OPITZ 2012, S. 68f). Für die Verwendung von Arbeitsmitteln, welche das Unterrichtsprinzip der Anschaulichkeit unterstützen, erstellte SCHIPPER (1996) didaktische und unterrichtspraktische Auswahlkriterien. An dieser Stelle genügt eine knappe Erwähnung der entscheidenden Fragen an das Material der folgenden Aufgabenkartei, weil die Thematik sonst den Rahmen der Handreichung überschreiten würde. Zunächst sind die Kriterien der simultanen Zahlauffassung/Zahldarstellung bis 4 sowie der quasi-simultanen Zahlauffassung/Zahldarstellung bis 20 als Vertreter der didaktischen Kriterien zu erwähnen (SCHIPPER 1996, S. 38). Vertreter der unterrichtspraktischen Kriterien stellen die Fragen nach der Handhabung, der Möglichkeit des schnellen Rausholens und Wegräumens von Kindern in der ersten Klasse und der Haltbarkeit dar (SCHIPPER 1996, S. 43). Darauf aufbauend wird im nächsten Schritt eine Verbindung zwischen den einzelnen Repräsentationsebenen geschaffen, indem bei geeigneten Aufgabentypen auf das EIS-Prinzip von BRUNER (1971) zurückgegriffen wird, welches die enaktive, ikonische und symbolische Darstellungsebene in Beziehung zueinander setzt und über einen intermodalen sowie intramodalen Transfer miteinander verbindet (BRUNER 1971, S. 27ff).

Abschließend ist es den Kindern nach der Bearbeitung einer Aufgabe möglich ihre Lösungen selbstständig und selbstverantwortlich über eine beigelegte Lösungskartei zu kontrollieren. Die Schulung oder Erziehung zur Selbstständigkeit, Eigenständigkeit sowie zu einer realistischen Selbstreflexion sind besonders im Anfangsunterricht zu beachten, da diese Erfahrungen einen entscheidenden Einfluss auf das Kompetenzerleben und ebenso auf das Arbeitsverhalten, die Lernbereitschaft und die Lernfreude nehmen (EINSIEDLER 2014, S. 231f). Die Lösungskartei ist separat zu den Aufgabenkarteien beigefügt (siehe Aufgabenbox bei der Printversion / siehe Anhang bei der Digitalversion).

3.2 Aufbau der Aufgabenkartei zum flexiblen Zählen im Zahlenraum bis 20

Die nachfolgende Beschreibung nimmt zunächst die äußeren Merkmale der Aufgabenkartei in den Blick und beantwortet die bereits erwähnten unterrichtspraktischen Auswahlkriterien nach SCHIPPER (1996). Anschließend erfolgt eine Aufgliederung der inhaltlichen Schwerpunkte, eine didaktische Analyse der einzelnen Übungsformate innerhalb der Kartei I – Zählen und der Kartei II – Abzählen sowie eine knappe Betrachtung der angesprochenen, didaktischen Auswahlkriterien nach SCHIPPER (1996).

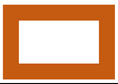
Die äußere Form der Aufgabenkartei ist bestimmt von laminierten Karteikarten, welche in der standardisierte Größe Din A5 angelegt sind. Dahingehend sind die Haltbarkeit und Wiederverwendung garantiert. Mithilfe von mehrfarbigen Folienstiften ist es den Kindern möglich direkt auf der Karteikarte zu arbeiten und anschließend ihre Lösungen nach der Kontrolle umweltfreundlich zu entfernen. Die zusätzlich benötigten Materialien weisen eine gute Handlichkeit für Kinder der ersten Klasse auf, da die Zahlenkarten in der standardisierten Größe Din A4 ausreichend groß sind und die Stäbchen aufgrund des Materials Holz eine gute Haptik aufweisen. Dementsprechend ist es den Kindern leicht möglich die benötigten Materialien der Aufgabenbox zu entnehmen und anschließend wieder einzusortieren. Die innere Struktur der Aufgabenkarteien wird buchstäblich von unterschiedlich eingefärbten Umrandungen (siehe Symbolverzeichnis) eingerahmt und untergliedert sich in einzelne Förderbereiche, welche über Großbuchstaben unterschieden werden (siehe Kapitel 4.2.2 und Kapitel 4.2.3). Des Weiteren erfolgt eine detaillierte Beschriftung der separaten Aufgaben über entsprechende Nummerierungen innerhalb des Förderbereichs. Neben dieser Struktur befinden sich in der Kopfzeile der Karteikarten Symbole für die Sozialform sowie für die Material- und Lösungshinweise.

Im Sinne des Ansatzes der „Zone der nächsten Entwicklung", welche WYGOTSKI (1987) als „[d]as Gebiet der noch nicht ausgereiften, jedoch reifenden Prozesse" (WYGOTSKI 1987, S. 83) definiert, übernimmt die Förderkraft die Verantwortung für die Auswahl der nächsten Förderaufgaben. Der Blick muss dementsprechend auf das potentielle Entwicklungsniveau und nicht auf das aktuelle Niveau gerichtet werden, weil Kinder am besten von der sozialen Umwelt profitieren, wenn diese in der „Zone der nächsten Entwicklung" angelegt ist (TEXTOR 2000, S. 77). WYGOTSKI beschreibt die Handlungsweise folgendermaßen: „Was das Kind heute in Zusammenarbeit und unter Anleitung vollbringt, wird es morgen selbstständig ausführen können. […] Wenn wir also untersuchen, wozu das Kind selbstständig fähig ist, untersuchen wir den gestrigen Tag. Erkunden wir jedoch, was das Kind in Zusammenarbeit zu leisten vermag, dann ermitteln wir damit seine morgige Entwicklung" (WYGOTSKI 1987, S. 83). Dieser Grundgedanke spiegelt sich in der vorliegenden Aufgabenkartei in dem Maße wider, dass die Bearbeitung der Aufgaben den Anspruch einer Förderung gleichkommt und nicht die Absicht eines diagnostischen Materials beschreibt. Die Förderkraft hat die Möglichkeit über verschiedene Wege als Unterstützung zu wirken (WYGOTSKI 1987, S. 84):

(1) Aufgabe vorzeigen und schauen ob das Kind imstande ist diese nachzuahmen
(2) Aufgabe beginnen und schauen ob das Kind imstande ist diese fortzuführen
(3) Aufgabenstellung vorlesen und schauen ob das Kind imstande ist diese selbst zu lösen
(4) Aufgabe geben, die mit einem kompetenteren Kind zusammen gelöst werden soll
(5) Lösungsstrategie der Aufgabe erklären
(6) hinführende Fragen stellen und Aufgabe somit gliedern

Die Gestaltung der direkten Handlungssituationen auf der Mikroebene (MEYER 2012, S. 44ff) sind zum einen aufgrund der Aufgabenkonzeption vorgegeben und zum anderen im Ermessen der Förderkraft, so dass die Möglichkeit gewahrt bleibt individuelle Arbeitswege und flexible Lösungsansätze zu finden. Das Kind und die Frage nach den nächsten Lern- und Entwicklungszielen müssen dabei stets im Mittelpunkt aller Entscheidungen stehen.

3.2.1 Symbolverzeichnis

Symbol	**Bedeutung**
	Kartei I - Zählen
	Kartei II - Abzählen
	Kartei III - Lösungen
A/B/C/D	Aufgabengliederung innerhalb der Kartei
1/2/3/4	Aufgabennummer innerhalb der Aufgabengliederung
	Einzelarbeit
	Partnerarbeit
	Gruppenarbeit
	Materialhinweis: Bearbeitung mit einem Folienstift direkt auf der Karteikarte
	Materialhinweis: Bearbeitung mit Extramaterial aus der entsprechenden Mappe
	Lösungshinweis: es existiert eine Lösungskartei zu dieser Aufgabe

3.2.2 Kartei I – Zählen

Das vorliegende Kapitel beschreibt die inhaltlichen Aspekte der ersten Aufgabenkartei, welche die Tätigkeit des Zählens schult und ist als Leitfaden für die Förderkraft zu verstehen. Wobei der Begriff des Leitfadens an dieser Stelle repräsentativ für die „kurz gefasste Darstellung zur Einführung in ein [spezifisches] Wissensgebiet“ (Dudenredaktion 2018, S. 627) genutzt wird, um die jeweiligen Lernziele und die theoretische Fundierung mit didaktischen Begründungen zu vereinen.

Jeglicher Art von Zählübungen liegt die Argumentation über die Peano-Axiome (vgl. Kapitel 1.1.2) zugrunde, weil sich diese auf das Prinzip der Nachfolgerbildung stützen und die Konvention von verschiedenartigen Zahlworten und Ziffern legitimiert. Das übergeordnete Lernziel dieser Förderkartei umfasst dahingehend die Beherrschung und Anwendung der Zahlwortfolge und Ziffern im Zahlenraum bis 20 in abwechslungsreichen Kontexten und Sozialformen (SÄCHSISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR KULTUS 2019, S. V). Dabei steht die Übertragung des ordinalen Zahlaspekts in verschiedene Aufgabenformate im Vordergrund, weil stets die Position in einer vorgegebenen Reihenfolge thematisiert wird. Die Zählübungen sind im ZGV-Modell nach KRAJEWSKI (2008) (vgl. Kapitel 1.2.1) auf der ersten Kompetenzstufe zu verorten, da alle Übungen ohne einen Größenbezug aufgebaut sind. Es handelt sich demzufolge buchstäblich um das Erlernen der Zahlworte und Ziffern von 1 bis 20.

<u>Auflistung und Beschreibung der Förderbereiche der Kartei I – Zählen:</u>

A.1. bis A.6. - Zählkreis

Der Förderbereich A umfasst sechs Aufgabenkarteien und fokussiert den Erwerb der Zahlwortkenntnis. In Form eines Gruppenspiels erfolgt das regelmäßige und gemeinsame Aufsagen der Zahlwortfolge. Dabei stellt jede Kartei eine eigene Spielvariation dar und rückt eine andere Zählkompetenz in den Fokus. Es werden die Kompetenzen des Vorwärts- und Rückwärtszählens in Einerschritten sowie in Zweierschritten der geraden und ungeraden Zahlen geschult. Für eine Veranschaulichung der Zweierschritte ersetzt jedes zweite Kind das eigentlich direkt folgende Zahlwort mit einem Piep oder M-Geräusch (siehe Abbildung 1).

A.3. – Zählkreis (vorwärts, Zweierschritte)

<u>Vorbereitung:</u>

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

<u>Auftrag:</u>

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 1 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn (später ebenso gegen den Uhrzeigersinn möglich) vorwärts gezählt, wobei nur die ungeraden Zahlen laut gesagt werden dürfen. Die Kinder mit einer geraden Zahl machen ein Piep oder M-Geräusch. Wenn ein Kind eine gerade Zahl unerlaubterweise laut sagt, muss es sich hinhocken und ist für diese Runde raus.
Die Kinder, welche die Zahlen 5, 10, 15, 20 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde ebenfalls raus.
Nach der Zahl 20 wird erneut bei der Zahl 1 angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

Abbildung 1: Beispielkartei Zählkreis

Des Weiteren erfolgt eine erste Betonung der „Kraft der 5“, da sich die Kinder bei den Zahlen fünf, zehn, fünfzehn sowie zwanzig hinhocken müssen und auf diese Weise für die aktuelle Zählrunde ausgeschieden sind. Aus diesem Grund sollten mehrere Runden des Spiels durchgeführt werden, damit Kinder, welche zeitig ausscheiden, zunächst vordergründig eine zweite Chance auf eine aktivere Zählteilnahme und nebenbei eine neue Gewinnaussicht auf den Titel der Zählkönigin oder des Zählkönigs bekommen. Es empfiehlt sich das Gruppenspiel zu Beginn einer Fördereinheit oder einer Unterrichtsstunde als motivierenden Einstieg zu nutzen und die bereits hockenden Kinder als Prüfer einzubeziehen. Somit sind diese aufgefordert weiterhin aktiv am Geschehen teilzunehmen, profitieren ferner von den Aktivitäten der anderen Kinder und konzentrieren sich auf die richtige Reihenfolge der Zahlworte.

In Bezug auf die Zählprinzipien (vgl. Kapitel 1.1.3) ergibt sich offensichtlich eine Repräsentation des Prinzips der stabilen Ordnung der Zahlwortfolge. Des Weiteren kommt das Eindeutigkeitsprinzip zum Tragen, weil exakt jedem Kind genau ein Zahlwort zugeordnet wird. Dieser Vorgang bleibt, wie bereits erwähnt, beim Zählen in Zweierschritten bestehen. Abschließend ist die Irrelevanz der Anordnung der zu zählenden Objekte in Grundzügen zu erkennen, da durch das Hinhocken jedes Kind eine andere Zahl als in der Runde zuvor nennen muss.

B.1. bis B.15. - Zahlenweg

Der Förderbereich B umfasst fünfzehn Aufgabenkarteien und fokussiert die Orientierung auf dem Zahlenweg. Dabei existiert eine Differenzierung der Aufgabenstellung, so dass zunächst die Karteien B.1. bis B.4. das Abschreiten des Zahlenwegs in Einer- und Zweierschritten jeweils vorwärts und rückwärts umfassen (siehe Abbildung 2). Dabei kommt es zu einer Verknüpfung der Zahlenworte mit den entsprechenden Ziffern auf der symbolischen Ebene des EIS-Prinzips nach Bruner (1971). Zusätzlich wird die enaktive Ebene aufgrund des Ablaufens ebenso einbezogen und ermöglicht dahingehend einen intermodalen Transfer. Die Ausbildung einer inneren, abstrakten Zahlenraumvorstellung wird demgemäß in den Grundzügen erarbeitet.

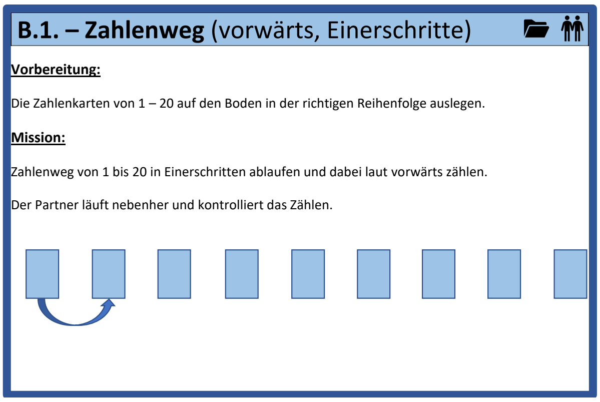


Abbildung 2: Beispielkartei Zahlenweg

Die Karteien B.5. bis B.10. thematisieren Zählrätsel in Form von Missionen auf dem Zahlenweg (siehe Abbildung 3). Die Grundkompetenz besteht im Zählen von Schritten und der anschließenden Lokalisierung auf dem Zahlenweg. Fuson (1988) ordnet die Kompetenz, von einer beliebigen Zahl an eine vorgegebene Anzahl an Schritten weiterzählen zu können, dem Niveau 4 zu, welches die flexible Zahlwortfolge beschreibt. Es handelt sich gleichfalls um eine enaktive Vorübung zum schrittweisen zählenden Rechnen auf dem Zahlenstrahl.

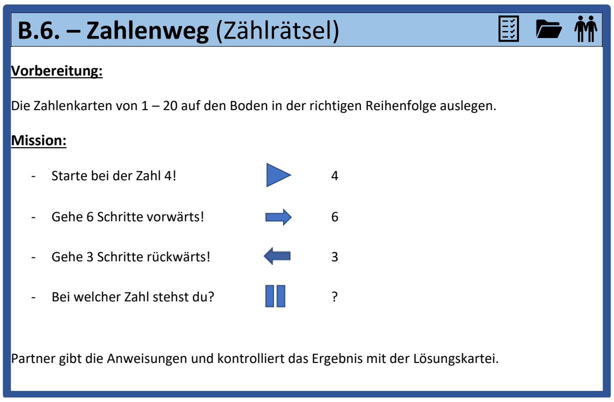


Abbildung 3: Beispielkartei Zahlenweg (Zählrätsel)

Abschließend greifen die Karteien B.11. bis B.15. die Ausbildung einer inneren, abstrakten und flexiblen Zahlenraumvorstellung auf (siehe Abbildung 4). In Abgrenzung zu den ersten Übungen B.1. bis B.4. des Förderbereichs handelt es sich an dieser Stelle um die Betrachtung separater Ausschnitte des Zahlenwegs, während zuvor der ganzheitliche Zahlenraum bis 20 abgelaufen wurde. Diese vorliegende Übung basiert auf der Merkfähigkeit der Position auf dem Zahlenweg und das blinde Benennen des Vorgängers sowie des Nachfolgers. Es handelt sich daher um die Entwicklung und Festigung des höchsten Niveaus nach FUSON (1988), der Beherrschung der vollständig reversiblen Zahlenwortfolge. Der Aufgabentyp wurde aus dem Zahlenland entnommen und an das Format der Aufgabenkartei angepasst (PREIß 2014, S. 65).

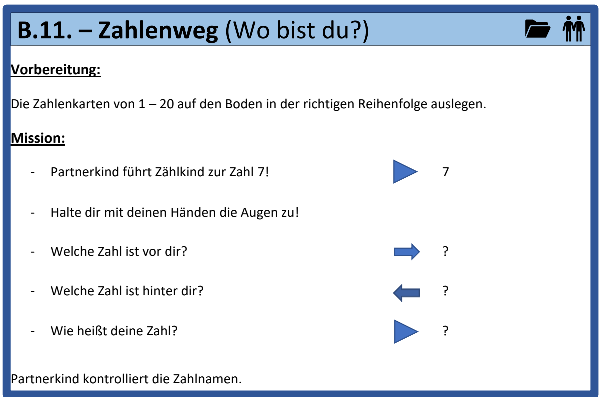


Abbildung 4: Beispielkartei Zahlenweg (Wo bist du?)

In Bezug auf die Zählprinzipien ergibt sich offensichtlich eine Repräsentation des Prinzips der stabilen Ordnung, da die Zahlenkarten geordnet ausgelegt und nicht verändert werden. Des Weiteren ist das Eindeutigkeitsprinzip zu nennen, weil jeder Ziffer auf dem Zahlenweg von den Kindern ein Zahlenwort zugeordnet wird. Jedoch liegt der ausdrückliche Fokus auf der Erarbeitung, Festigung und Anwendung einer flexiblen Zahlenraumvorstellung, welche über die Verbindung der enaktiven Ebene mit der symbolischen Ebene erfolgt. Dieses innere Bild ist sogleich Ausgangspunkt und Unterstützung für das sich anschließende Operieren mit Zahlen im Unterricht.

C.1. bis C.20. - Zahlenketten

Der Förderbereich C umfasst zwanzig Aufgabenkarteien und fokussiert die flexible Orientierung im Zahlenraum bis 20. Die Aufgaben sind als Fortführung des Förderbereichs B zu verstehen. Jedoch wird die enaktive Ebene durch die ikonische Ebene über Luftballonketten ersetzt. Zunächst erfolgt die Erschließung des Zahlenraums bis 20 über das Sortieren der Zahlen, indem die vorgegebene Zahlenreihe nach rechts aufgefüllt werden muss (siehe Abbildung 5).

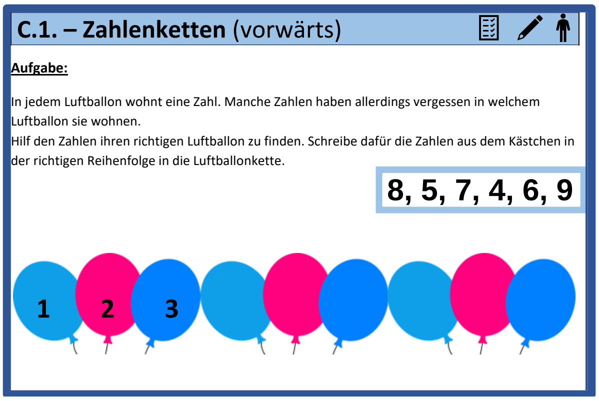


Abbildung 5: Beispielkartei Zahlenketten (vorwärts)

Anschließend ändert sich bei den Karteien C.6. bis C.10. die Richtung von vorwärts zu rückwärts. Die Kinder müssen daher zunächst die vorgegebenen Zahlen in den Luftballons mit ihrem inneren, abstrakten Zahlenraum abgleichen, um die restlichen Zahlen korrekt zuordnen zu können. Dabei wird erneut ein begrenzter Bereich des Zahlenraums abgebildet, so dass eine erste eigenständige Lokalisierung und anschließende Orientierung vorgenommen werden muss (siehe Abbildung 6).

Abbildung 6: Beispielkartei Zahlenketten (rückwärts)

Auf den Karteien C.5. und C.10. wird die Zahl 21 aufgeführt. Dieser Umstand ist beabsichtigt, da einige Kinder die Zahlwortreihe bereits über die Zahl 20 hinaus kennen und die Förderkraft somit die Möglichkeit erhält die Fortführung der Zahlen zu thematisieren. Dieser Anknüpfungspunkt ist individuell zu wählen und die Tiefe der Beachtung ist abhängig von dem jeweiligen Entwicklungsstand des Kindes zu entscheiden.

Die Karteien C.11. bis C.15. erfordern das Ausfüllen von Lücken innerhalb der Zahlenkette und die Karteien C.16. bis C.20. greifen das Zählen in Zweierschritten auf. Zu allen Aufgabenformaten ist zu erwähnen, dass sich die Startzahlen der jeweiligen Zahlenketten stets ändern, so dass der Beginn flexibel dargestellt ist. Die Kinder sollen somit begreifen, dass das Zählen flexibel ab jeder beliebigen Zahl möglich und nicht von der Startzahl eins abhängig ist. Dies entspricht im Modell der Zählkompetenzentwicklung nach FUSON (1988) dem Niveau 3 (N3), also der teilweise flexiblen Zahlwortreihe.

D.1. bis D.10. - Zahlenstrahl

Der Förderbereich D umfasst zehn Aufgabenkarteien und fokussiert das Arbeiten mit dem Zahlenstrahl als abstrakte Darstellungsform des Zahlenraums. Es handelt sich daher um die Weiterführung des Förderbereichs C, allerdings erfolgt dies gegenwärtig ausschließlich auf der symbolischen Ebene. Der Zahlenstrahl ist in zwei Farben gegliedert, so dass eine gezielte Einteilung in 5er-Schritte ersichtlich ist und dahingehend das didaktische Kriterium der quasi-simultanen Zahlauffassung und Zahldarstellung bis 20 gewährleistet wird. Die Farbwahl in blau und rot orientiert sich an anderen strukturierten Materialien aus dem Unterricht, wie zum Beispiel dem Rechenrahmen, dem Abaco 20 oder dem Zwanzigerfeld, welches ferner in der Kartei II – Abzählen zur Veranschaulichung der Mengen genutzt wird. Es ist von Nöten, dass die Förderkraft diese Strukturmerkmale aktiv aufgreift und spezifisch mit dem Kind bespricht, weil „der Umgang mit jedem Material […] von den Kindern neu gelernt werden [muss]“ (HASEMANN 2014, S. 110). Des Weiteren wird nun die Darstellung des Zahlenraums durch die Aufführung der Zahl Null erweitert, so dass auch diese neue Startzahl thematisiert werden muss. Der Strich der Null kann über das Bild der Startlinie für die bekannten Schritte auf dem Zahlenstrahl erklärt werden.

Der Förderbereich differenziert zwei Aufgabenformate. Zunächst erfolgt eine Zuordnung von vorgegebenen Zahlen zu dem passenden Strich auf dem Zahlenstrahl (siehe Abbildung 7). An dieser Stelle sollen die Kinder entdecken, dass es möglich ist die Einteilung des Zahlenstrahls als Strukturhilfe zu nutzen, damit eine schnellere und eindeutigere Verbindung vorgenommen werden kann. HASEMANN (2000) beschreibt diese Kompetenz als das abkürzende Zählen und ordnet die Erkenntnis der letzten Phase der Zählkompetenzentwicklung zu.

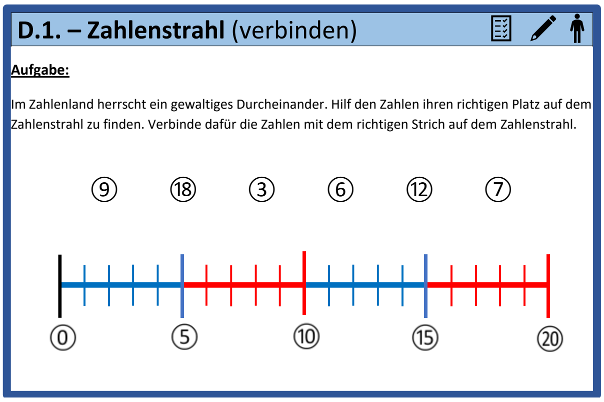


Abbildung 7: Beispielkartei Zahlenstrahl (verbinden)

Anschließend erfolgt eine Übung zum Ablesen von Zahlen auf dem Zahlenstrahl. Die Verwendung der Struktur beim Zählen wird dahingehend unterstützt, dass stets eine Zahl aus jedem Sektor abgelesen werden muss. Es ist grundsätzlich sinnvoll von dem letzten „großen“ Strich vorwärts oder sogar von dem folgenden „großen“ Strich rückwärts zu zählen (siehe Abbildung 8). Des Weiteren trainieren die Kinder das Schreiben der Ziffern in einer vorgegebenen Größe, da sie durch die farbigen Kästchen eingeschränkt werden.

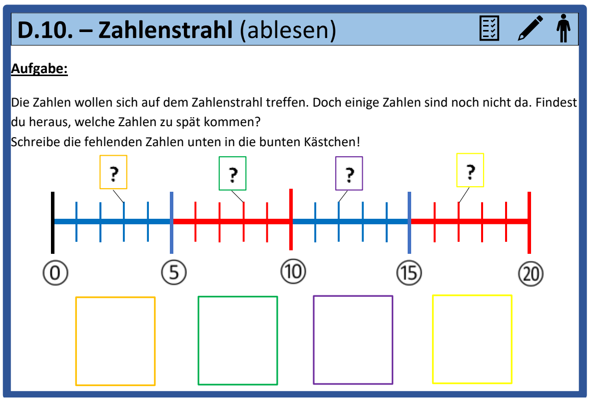


Abbildung 8: Beispielkartei Zahlenstrahl (ablesen)

Im Sinne der Zählprinzipien ist das Prinzip der stabilen Ordnung unmittelbar aus der Darstellungsform des Zahlenstrahls abzuleiten. Daran anschließend ergibt sich das Eindeutigkeitsprinzip, weil jeder Strich auf dem Zahlenstrahl exakt eine Ziffer über die Eins-zu-Eins-Zuordnung repräsentiert. Die schrittweise Ausbildung einer inneren, abstrakten Zahlenraumvorstellung ab dem Förderbereich B über den Bereich C ist auf der abstraktesten Ebene der Darstellungsform, nämlich auf der rein symbolischen Ebene, angelangt.

E.1. bis E.9. – Zahlenverbinden

Der Förderbereich E umfasst neun Aufgabenkarteien und fokussiert das Finden der richtigen Reihenfolge von den notierten Zahlen in einer unstrukturierten Ansicht. Neben der entscheidenden Repräsentation von Strukturen innerhalb eines Zahlenraums (vgl. Förderbereich B bis D), ist es ebenso relevant die Zahlen separat und einzeln zu betrachten, weil diese in alltäglichen Situationen nicht stetig in der bekannten Struktur oder in der Verknüpfung auftreten. Ein flexibler und sicherer Umgang bei jeglichen Anforderungen ist weiterhin das übergeordnete Ziel der Aufgabenkartei. Über eine komprimierte Sachsituation, bei der ein Auto durch einen Parkour gelotst wird, erhalten die unstrukturierten Zahlen den Sinn der Wegweisung (siehe Abbildung 9). Die sich daraus ableitende und wohl bedeutendste Erkenntnis des Aufgabenformates liegt in dem Prinzip der Irrelevanz der Anordnung begründet. Die Nummerierung der Streckenposten erfolgt unabhängig von deren Position innerhalb des Kastens über die mathematischen Regeln des Zählens. Das Prinzip der stabilen Ordnung bleibt unterdessen weiterhin bestehen.

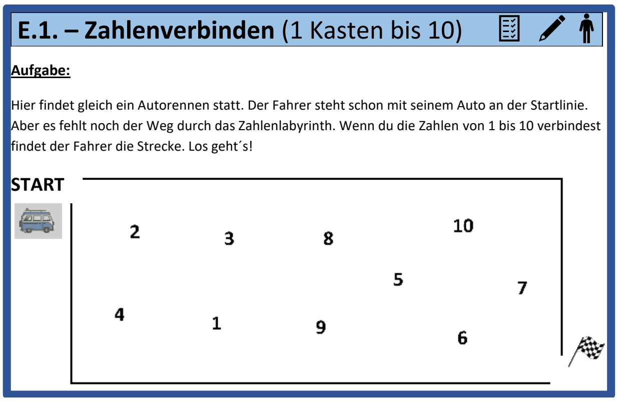


Abbildung 9: Beispielkartei Zahlenverbinden

Auch dieser Förderbereich untergliedert sich in unterschiedliche Aufgabenformate. Zunächst begrenzt sich der Zahlenraum bei den Karteien E.1. bis E.3. auf 10 und diese sind in einem großen Kasten angelegt (siehe Abbildung 9). Daran anschließend erweitert sich der Umfang der Karteien E.4. bis E.6. lediglich in der Anzahl der Kästchen, da der Parkour anstatt durch ein Kästchen nun durch vier Kästchen verläuft. Der Zahlenraum bleibt weiterhin auf 10 beschränkt, damit eine Überforderung aufgrund der Unübersichtlichkeit vorgebeugt wird. Abschließend erweitert sich der Zahlenraum bei den Karteien E.7. bis E.9. auf 20, gleichzeitig beschränkt sich die Anzahl der Kasten erneut auf eins. Das Übungsformat wurde aus dem Heidelberger Rechentest 1 – 4 (2005) entnommen und an die Form der Aufgabenkartei angepasst (Haffner & Baro & Parzer & Resch 2005).

4.2.3 Kartei II – Abzählen

Das vorliegende Kapitel beschreibt die inhaltlichen Aspekte der zweiten Aufgabenkartei, welche die Tätigkeit des Abzählens schult und ist als Leitfaden für die Förderkraft zu verstehen. Wobei der Begriff des Leitfadens genutzt wird, um die jeweiligen Lernziele und die theoretische Fundierung mit didaktischen Begründungen zu vereinen.

Jeglicher Art von Abzählübungen liegt die Argumentation über die Mengenlehre (vgl. Kapitel 1.1.1) zugrunde, weil sich diese auf das Prinzip der Mächtigkeit stützt und die Entstehung von Teilmengen-beziehungen zu einer Gesamtmenge erläutert. Das übergeordnete Lernziel dieser Förderkartei umfasst dahingehend die Beherrschung und Anwendung des Mengenverständnisses im Zahlenraum bis 20 in abwechslungsreichen Kontexten und Sozialformen (Sächsisches Staatsministerium für Kultus 2019, S. V). Dabei steht die Übertragung des kardinalen Zahlaspekts in verschiedene Aufgabenformate im Vordergrund, weil stets die Anzahl einer Menge thematisiert wird. Die Abzählübungen sind im ZGV-Modell nach Krajewski (2008) (vgl. Kapitel 1.2.1) auf der zweiten Kompetenzstufe zu verorten, weil alle Übungen die Verknüpfung der Zahlworte und der Ziffern mit Größen fokussieren. Es handelt sich demzufolge buchstäblich um das Erlernen des präzisen Anzahlkonzepts von 1 bis 20. Im Verlauf der Kartei bildet sich das Abstraktionsprinzip klar heraus, da jedem Förderbereich eine eigenständige Repräsentation der zu zählenden Objekte zugrunde liegt und diese Objekte sich wohl voneinander unterscheiden.

<u>Auflistung und Beschreibung der Förderbereiche der Kartei II – Abzählen:</u>

A.1. bis A.9. – Einkreisen von Mengen

Der Förderbereich A umfasst neun Aufgabenkarteien und fokussiert die Veranschaulichung von Mengen. Über die Vorgabe der Kardinalzahl mit dem Auftrag stets diese Anzahl einzukreisen wird die anfänglich unstrukturierte Menge klassifiziert und dahingehend strukturiert (siehe Abbildung 10).

Abbildung 10: Beispielkartei Einkreisen von Mengen

Der Zahlenraum beschränkt sich bei diesem Aufgabenformat erneut auf 10, da das Einkreisen von größeren, unstrukturierten Mengen nicht mehr zielführend wäre. Die quasi-simultane Zahlauffassung und Zahldarstellung soll daher zunächst in einem überschaubaren Rahmen trainiert werden. Über die Karteien A.1. bis A.3. ist zusätzlich die Schulung der simultanen Zahlauffassung bis vier möglich, welche ein didaktisches Auswahlkriterium nach Schipper (1996) schildert. Unterhalb des Bildes mit den zu klassifizierenden Objekten ist die Frage angeschlossen, wie viel Herzen übrig bleiben. Mit Hilfe dieser Fragestellung sollen die Kinder erkennen, dass die Restmenge stets kleiner sein muss als die abzuzählende Menge.

Im Sinne der Zählprinzipien tritt zunächst das Kardinalzahlprinzip in die Betrachtung, weil explizit zu jeder Zahl im vorgegebenen Zahlenraum eine Mengendarstellung erzeugt wird. Des Weiteren kann über den Vergleich mit der Lösungskartei erkannt werden, dass nicht eine spezifische Möglichkeit der Einkreisung existiert, sondern individuelle Zusammenfassungen durchführbar sind. Das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung ist dahingehend bildlich repräsentiert. Den entscheidenden Faktor beim Vergleich übernimmt die Anzahl der Restmenge.

B.1. bis B.10. – Zuordnen von Mengen

Der Förderbereich B umfasst zehn Aufgaben und fokussiert die Verknüpfung der Orientierung auf dem Zahlenstrahl mit verschiedenartigen Repräsentanten von Mengen. Diese Verkettung spiegelt unvermittelt das präzise Anzahlkonzept des ZGV-Modells wider. Dafür werden vorgegebene Mengendarstellungen der entsprechenden Kardinalzahl auf dem Zahlenstrahl zugeordnet. Ebenso wie im Förderbereich D in der Kartei I – Zählen ist es an diesem Punkt von Vorteil die Einteilung des Zahlenstrahls als Strukturhilfe zum abkürzenden Zählen im Sinne der Zählkompetenzentwicklung nach HASEMANN (2000) zu nutzen und den Kindern aufzuzeigen.

Zunächst ist der Zahlenraum bei den Karteien B.1. bis B.5. auf 10 eingeschränkt, damit die Funktionsweise der Aufgabenstellung in einer überschaubaren Einfassung verstanden werden kann. Die farbliche Markierung des Zahlenstrahls und die damit verbundene Einteilung in Sektoren, welche jeweils aus 5 Schritten bestehen, ist bereits aus der Kartei I – Zählen bekannt und wird gleichermaßen fortgeführt. Die bildlichen Repräsentanten orientieren sich hauptsächlich an strukturierten Darstellungen (siehe Abbildung 11) wie den Würfelbildern, Strichlisten und Fingerbildern. Diese Beschaffenheiten der Darstellung erleichtern die quasi-simultane Zahlauffassung und knüpft möglicherweise an die Vorerfahrungen der Kinder an.

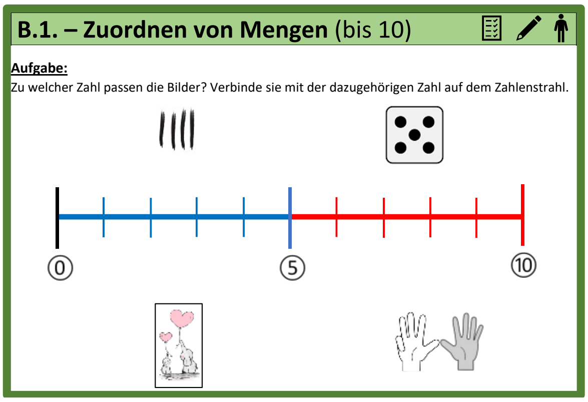


Abbildung 11: Beispielkartei Zuordnen von Mengen

Jedoch wird gelegentlich ebenso eine unstrukturierte Darstellung einbezogen, da das Abzählen solcher Mengen eine eigenständige Kompetenz darstellt. Besonders bei den Mengendarstellungen im Zahlenraum bis 20 und somit bei den Karteien B.6. bis B.10. ist das flexible Abzählen mit Hilfe der im Theorieteil erwähnten Zählstrategien notwendig. Das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung wird dahingehend aufgegriffen und schließt sich direkt an das Kardinalzahlprinzip an. Darauf aufbauend wird von den Kindern ein intermodaler Transfer im Sinne des EIS-Prinzips verlangt, da die ikonische Ebene über die bildlichen Darstellungen mit der symbolischen Ebene über den Zahlenstrahl verbunden werden.

C.1. bis C.3. – Wie viele sind es?

Der Förderbereich C umfasst drei Aufgabenkarteien und fokussiert das Abzählen von Objekten in Alltagsumgebungen. Grundlage der Abzählaufträge sind drei Wimmelbilder aus drei verschiedenen Bilderbüchern (MITGUTSCH 1970/1987/1988), so dass jeweils ein Wimmelbild zu einer der drei Karteikarten zugehörig ist. Die Wimmelbilder sind in der standardisierten Größe Din A4 als externes Material vorhanden und laminiert, so dass die Kinder mit einem Folienstift die zu zählenden Objekte einkreisen können. Über diese Strategie wird die Anzahlbestimmung erleichtert, weil die klare Markierung der gesuchten Objekte eine Abgrenzung zu den restlichen Gegenständen auf den Bildern erzeugt. Zusätzlich ist es den Kindern erlaubt die Strategie des Antippens beim Abzählvorgang anzuwenden. Diese Handlung auf der enaktiven Ebene wird durch die ikonische Ebene in Form des Zwanzigerfeldes ergänzt. Die gezählte Anzahl soll anschließend in das Zwanzigerfeld auf der Karteikarte übertragen werden, so dass eine zusätzliche Art der Darstellungsmöglichkeit eingeführt wird. Dabei entspricht jeder ausgemalte Punkt exakt einem Objekt auf den Wimmelbildern und die Struktur vom Zahlenstrahl kann über das Verwenden von einem blauen und einem roten Stift übertragen werden (vgl. Lösungskartei C.1. bis C.3.). Des Weiteren fördert die Untergliederung des Zwanzigerfelds in vier Sektoren das flexible Zählen von einer größeren Startzahl. Wenn die Fünferstruktur durchdrungen wird, sind die Kinder in der Lage schnell sowie sicher die Anzahl abzulesen, ohne jeden einzelnen Punkt auszählen zu müssen. Diese Kompetenz bedarf jedoch einer Thematisierung und kann als Zähltrick vermittelt werden. Die ikonische Ebene, welche das Notieren der Ziffer im großen Kästchen umfasst, vervollständigt die Aufgabe und gleichsam das EIS-Prinzip (siehe Abbildung 12). Abschließend wird ein Vergleich der Mengen eingeführt, indem die mächtigste Menge herausgefiltert werden soll. Die Veranschaulichung über das Zwanzigerfeld verdeutlicht die Entscheidung umgehend.

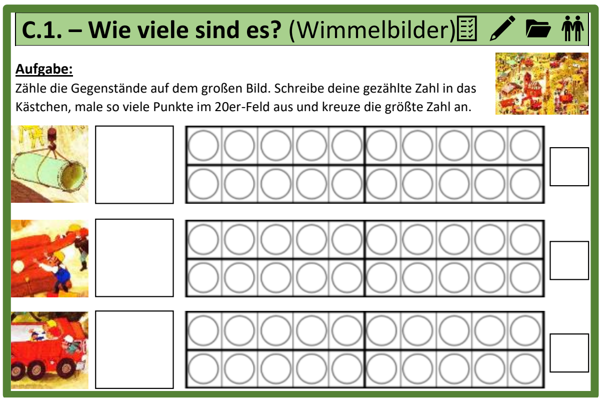


Abbildung 12: Beispielkartei Wie viele sind es?

Bei dieser Aufgabe ist das bereits angesprochene Abstraktionsprinzip am eindeutigsten zu erkennen, weil jeder Abzählhandlung ein verschiedenartiges Klassifikationsmerkmal zugrunde liegt. Die Aufgabe und somit die Tätigkeiten bleiben stetig gleich, die einzige sich veränderte Variable ist die Eigenschaft der Zählobjekte, welche ohne Struktur auf den Bildern verstreut sind, so dass das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung gleichsam zu erkunden ist. Neben dem Kardinalzahlprinzip, welches über das letztgenannte Zahlwort sowie über das Notieren der entsprechenden Ziffer Anwendung findet, ist das Eindeutigkeitsprinzip ebenso deutlich vertreten. Zunächst wird beim Abzählvorgang jedem Objekt exakt ein Zahlwort zugeordnet und anschließend wird jedes gezählte Objekt in einen Punkt auf dem Zwanzigerfeld übersetzt. Es erfolgt dahingehend eine zweifache Eins-zu-Eins-Zuordnung.

D.1. bis D.6. – Abzählen von Teilmengen

Der Förderbereich D umfasst sechs Aufgabenkarteien und fokussiert das Erzeugen und Herausgliedern von verschiedenmächtigen Teilmengen, indem die gewünschte Anzahl von einer Gesamtmenge abgezählt und separiert wird. Über eine komprimierte Sachsituation, bei der Aufträge einer Baufirma erledigt werden sollen, erhält die Handlung einen sinnvollen Rahmen (siehe Abbildung 13), weil die abzuzählenden Objekte Holzstäbchen sind und somit das Baumaterial repräsentieren sollen.

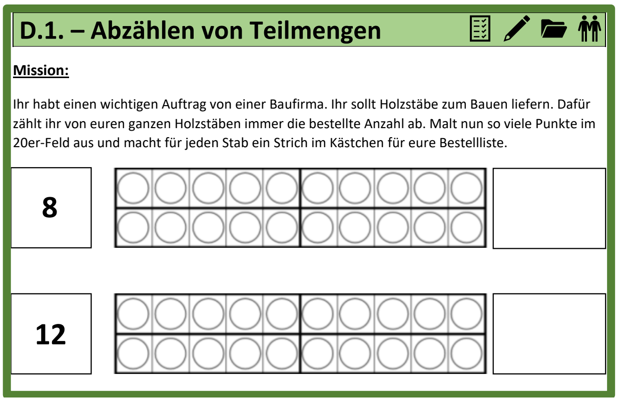


Abbildung 13: Beispielkartei Abzählen von Teilmengen

Zum einen wird die Abzählhandlung durch das enaktive Separieren der bereits gezählten Holzstäbchen begleitet und zum anderen zeigt die selbige Gliederung die Existenz der Teilmenge und der Gesamtmenge auf. Während sich die Gesamtmenge stetig verringert, nimmt die Anzahl der Teilmenge dementsprechend zu. Über diesen Prozess wird das Verständnis der nicht-numerischen Größen-relation auf der Ebene 2 des ZGV-Modells implizit gesteigert. Darauf aufbauend stellt die Teilmenge die präzise Größenrepräsentation der geforderten Anzahl dar. Wie bereits bei dem Förderbereich C wird die ikonische Ebene über das Zwanzigerfeld repräsentiert. Zusätzlich fordert die Aufgabenstellung die Darstellungsform der Strichliste. Für eine eindeutige Notierung ist die Fünferbündelung entweder im Vorfeld oder im Nachhinein an die Lösungskontrolle zu besprechen. Das Führen einer Strichliste während des Abzählens soll als Erleichterung des Zählvorgangs und als Kontrollmöglichkeit verstanden werden. Aus diesen Tatsachen leitet sich erstens eine intermodale Transferleistung von der enaktiven zur ikonischen Ebene und zweitens eine intramodale Transferleistung von einer Darstellung in eine andere auf der ikonischen Ebene ab.

4. Fazit und Ausblick

Die Zusammenführung der fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Perspektive zur Kompetenz der numerischen Bewusstheit im Anfangsunterricht ergibt bedeutsame Anregungen und Vorschläge für eine anwendungsorientierte Praxisgestaltung. Die grundlegende sowie richtungsweisende Erkenntnis lässt sich in der Tatsache, dass ein gefestigtes Zahlbegriffsverständnis Ausgangspunkt für ein erfolgreiches Operieren und dahingehend der Grundstein für jegliche mathematische Inhalte darstellt, finden. Dazu ist eine stabile Zahlenraumvorstellung aufzubauen, weil diese zunächst das zählende Rechnen erlaubt und im folgenden Lernprozess die Ablösung vom Material beeinflusst. Jedoch sind die weiterführenden Kompetenzen undenkbar, wenn die Basis der Zahlentheorie keine ausreichende Berücksichtigung erfährt. Aus diesem Grund ist es unverkennbar, dass es zum einen dringend erforderlich ist kontinuierlich die Kompetenz des Zählens und zum anderen die Kompetenz des Abzählens zu schulen. Die sich anschließende Erkenntnis der Heterogenität in den Vorkenntnissen, im Entwicklungsstand und im Leistungsniveau der Kinder ist über die Betrachtung der vorgestellten Studien belegbar. Dieses Ergebnis nimmt neben den Tatsachen, dass sich die Kinder am Schulanfang in einer sensiblen Phase für den Erwerb des konzeptuellen Zahlbegriffs befinden und dass eine ganzheitliche Einführung des Zahlenraums bis 20 problemlos möglich ist, einen direkten und entscheidenden Einfluss auf die bedeutsame und zwingend notwendige Konzeptionierung einer individuellen Förderung.

Die zugrunde liegende Leitfrage „Wie kann die Förderung der numerischen Bewusstheit im Sinne der Verknüpfung von Zahlen und Mengen im Anfangsunterricht Mathematik konkret umgesetzt werden?“, kann dahingehend als beantwortet verstanden werden, dass die selbstständig konzipierte Aufgabenkartei Fördermöglichkeiten passend zu den individuellen Entwicklungsständen anbietet, um über diesen Weg auf die herausgestellte Heterogenität reagieren zu können. Die vorgestellten Aufgaben ermöglichen eine Differenzierung im Regelunterricht und eine Individualisierung im Förderunterricht für die Entwicklung der Zählkompetenz und des Zahlbegriffs. Eine Verknüpfung der Zahlen und Mengen wird besonders in der zweiten Kartei fokussiert, indem das flexible Zählen zum Abzählen von vielseitigen Mengen angewendet wird. Die Gesamtheit der Aufgaben ist unter dem Aspekt der Förderung zu betrachten, jedoch sind prozessorientierte, diagnostische Beobachtungen des Arbeitsverhaltens, des Arbeitstempos, der Sorgfältigkeit, des Frageverhaltens und der Eigenständigkeit ebenso möglich.

An die Ausführungen zur Bedeutsamkeit der Förderung schließt sich umgehend die Betrachtung weiterführender Fragestellungen an, weil besonders der Aspekt der fehlenden Forderung innerhalb der vorgestellten Aufgabenkartei Erweiterungsmöglichkeiten aufzeigt. Für ein vertretbares Maß der Chancengerechtigkeit ist eine optimale Forderung gleichsam relevant wie eine gezielte Förderung. Dies kann zukünftig über die Erweiterung des betrachteten Zahlenraums auf 100 erfolgen oder über die Erstellung einer weiterführenden Kartei, welche einen gezielten Fokus auf das tiefe Zahlenverständnis im ZGV-Modell nach KRAJEWSKI (2008) legt. Zunächst müssen jedoch die bereits erstellten Karteien in der Praxis erprobt werden, um eventuelle Anpassungen im Umfang, in der Darstellung oder in der Aufgabenstellung vornehmen zu können. Des Weiteren ist es denkbar einige Aufgabenformate für Testsituationen umzugestalten und Zeitvorgaben für die Bearbeitung zu konzipieren. Einen abschließenden Punkt stellt jedoch die weiterführende Thematisierung der besonderen Kardinalzahl 0 dar.

5. Benötigte externe Materialien beim Einsatz im Unterricht

Kartei I	laminiert & in DIN A5 zerschnitten
Kartei II	laminiert & in DIN A5 zerschnitten
Kartei III	laminiert & in DIN A5 zerschnitten
Wimmelbilder	laminiert
Zahlenweg	laminiert
Holzstäbchen	mind. 40 Stück

Die benötigten Materialien befinden sich in einer Druckversion am Ende dieser Handreichung!

Literaturverzeichnis

BRUNER, JEROME (1971): *Über kognitive Entwicklung. Über Darstellung*. In: BRUNER, JEROME & AEBLI, HANS & HORNSBY, JOAN (Hrsg.): Studien zur kognitiven Entwicklung. Eine kooperative Untersuchung am Center for Cognitive Studies der Harvard-Universität. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

CLARKE, BARBARA. & CLARKE, DOUG. & GRÜßING, MEIKE & PETER-KOOP, ANDREA (2008): *Mathematische Kompetenzen von Vorschulkindern: Ergebnisse eines Ländervergleichs zwischen Australien und Deutschland.* In: Journal für Mathematik-Didaktik 3/4, S. 259-286.

DUDENREDAKTION (2018): *Duden. Das Bedeutungswörterbuch. Bedeutung und Gebrauch von rund 20.000 Wörtern der deutschen Gegenwartssprache. Duden Band 10*. 5. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin: Dudenverlag.

EINSIEDLER, WOLFGANG (2014): *Grundlegende Bildung*. In: EINSIEDLER, WOLFGANG & GÖTZ, MARGARETE & HARTINGER, ANDREAS & HEINZEL, FRIEDERIKE & KAHLERT, JOACHIM & SANDFUCHS, UWE (Hrsg.): Handbuch Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik. 4. ergänzte und aktualisierte Auflage. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

HAFFNER, JOHANN & BARO, KARIN & PARZER, PETER & RESCH, FRANZ (2005): *HRT 1-4. Heidelberger Rechentest. Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter*. Göttingen/Bern/Wien/Toronto/Seattle/Oxford/Prag: Hogrefe Verlag GmbH & Co.

HASEMANN, KLAUS & GASTEIGER, HEDWIG (2014): *Anfangsunterricht Mathematik*. 3. überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum.

KRAJEWSKI, KRISTIN (2005): *Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche*. In: HASSELHORN, MARCUS & MARX, HARALD & SCHNEIDER, WOLFGANG (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Test und Trends N. F. Band 4. Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. Göttingen: Hogrefe Verlag GmbH & Co.

KRAJEWSKI, KRISTIN (2008): *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. 2. korrigierte Auflage. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

KRAJEWSKI, KRISTIN & ENNEMOSER, MARCO (2013): *Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren.* In: HASSELHORN, MARCUS & HEINZE, AISO & SCHNEIDER, WOLFGANG & TRAUTWEIN, ULRICH (Hrsg.): Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Test und

Trends N. F. Band 11. Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. Göttingen: Hogrefe Verlag GmbH & Co.

KULTUSMINISTERKONFERENZ (2004): *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss vom 15.10.2004*. München/Neuwied: Wolters Kluwer Deutschland GmbH.

LORENZ, JENS HOLGER (2012): *Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung*. Stuttgart: W. Kohlhammer Verlag.

MAIER, HERMANN (1990): *Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag GmbH.

MEYER, HILBERT (2012): *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung. Der neue Leitfaden.* 6. überarbeitete Auflage. Berlin: Cornelsen Verlag.

MITGUTSCH, ALI (1970): *Bei uns im Dorf*. Ravensburg: Ravensburger Buchverlag Otto Maier GmbH.

MITGUTSCH, ALI (1987): *Hier in den Bergen*. Ravensburg: Ravensburger Buchverlag Otto Maier GmbH.

MITGUTSCH, ALI (1988): *Unsere große Stadt*. Ravensburg: Ravensburger Buchverlag Otto Maier GmbH.

MOSER OPITZ, ELISABETH (2008): *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. 3. Auflage. Bern/Stuttgart/Wien: Haupt Verlag.

PADBERG, FRIEDHELM (1997): *Einführung in die Mathematik I. Arithmetik*. Berlin/Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag GmbH.

PADBERG, FRIEDHELM & BENZ, CHRISTIANE (2011): *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung*. 4. Auflage. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

REISS, KRISTINA & SCHMIEDER, GERALD (2014): *Basiswissen Zahlentheorie. Eine Einführung in Zahlen und Zahlbereiche.* 3. überarbeitete Auflage. Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum.

PIAGET, JEAN & SZEMINSKA, ALINA (1975). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

PREIß, GERHARD (2014): *Leitfaden Zahlenland 1. Verlaufspläne für die Lerneinheiten 1 bis 10 der „Entdeckungen im Zahlenland" von Prof. Gerhard Preiß.* 5. Auflage. Kirchzarten: Zahlenland Prof. Preiß GmbH & Co.

SÄCHSISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR KULTUS (2004/2009/2019): *Lehrplan Grundschule. Mathematik.* Dresden: Saxoprint GmbH.

SCHERER, PETRA & MOSER OPITZ, ELISABETH (2012): *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

SCHIPPER, WILHELM (1996): *Arbeitsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht*. In: RADATZ, HENDRIK & SCHIPPER, WILHELM & EBELING, ASTRID & DRÖGE, ROTRAUT (Hrsg.): Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel Verlag.

SCHNEIDER, WOLFGANG & KÜSPERT, PETRA & KRAJEWSKI, KRISTIN (2016): *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen.* 2. aktualisierte und erweiterte Auflage. Paderborn: Ferdinand Schöningh GmbH & CO. KG.

SIEGLER, ROBERT & EISENBERG, NANCY & DE LOACHE, JUDY & SAFFRAN, JENNY (2016): *Entwicklungspsychologie im Kindes- und Jugendalter*. 4. Auflage. Berlin/Heidelberg: Springer Verlag.

TEXTOR, MARTIN (2000): *Lew Wygotski*. In: TEXTOR, MARTIN & FTHENAKIS, WASSILIOS (Hrsg.): Pädagogische Ansätze im Kindergarten. Band 3. Weinheim/Basel: Beltz Verlag.

WEMBER, F. B. (1998): *Zahlbegriff und elementares Rechnen. Vorschläge zur Diagnose und Intervention bei Kindern mit Lernstörungen*. Hagen: FernUniversität - Gesamthochschule.

WYGOTSKI, LEW (1987): *Ausgewählte Schriften. Band 2. Arbeiten zur psychischen Entwicklung der Persönlichkeit.* Berlin: Volk und Wissen.

A.1. – Zählkreis (vorwärts, Einerschritte)

<u>Vorbereitung:</u>

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

<u>Auftrag:</u>

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 1 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn in Einerschritten laut vorwärts gezählt.
Die Kinder, welche die Zahlen 5, 10, 15, 20 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde raus.
Nach der Zahl 20 wird erneut bei der Zahl 1 angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

<u>Variation:</u>

Zählrichtung ändern

A.2. – Zählkreis (rückwärts, Einerschritte)

Vorbereitung:

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

Auftrag:

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 20 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn in Einerschritten laut rückwärts gezählt.
Die Kinder, welche die Zahlen 20, 15, 10, 5 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde raus.
Nach der Zahl 1 wird erneut bei der Zahl 20 angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

Variation:

Zählrichtung ändern

A.3. – Zählkreis (vorwärts, Zweierschritte)

Vorbereitung:

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

Auftrag:

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 1 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn (später ebenso gegen den Uhrzeigersinn möglich) vorwärts gezählt, wobei nur die ungeraden Zahlen laut gesagt werden dürfen. Die Kinder mit einer geraden Zahl machen ein Piep oder M-Geräusch. Wenn ein Kind eine gerade Zahl unerlaubterweise laut sagt, muss es sich hinhocken und ist für diese Runde raus.
Die Kinder, welche die Zahlen 5, 10, 15, 20 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde ebenfalls raus.
Nach der Zahl 20 wird erneut bei der Zahl 1 angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

A.4. – Zählkreis (vorwärts, Zweierschritte)

Vorbereitung:

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

Auftrag:

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 2 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn (später ebenso gegen den Uhrzeigersinn möglich) vorwärts gezählt, wobei nur die geraden Zahlen laut gesagt werden dürfen. Die Kinder mit einer ungeraden Zahl machen ein Piep oder M-Geräusch. Wenn ein Kind eine ungerade Zahl unerlaubterweise laut sagt, muss es sich hinhocken und ist für diese Runde raus.
Die Kinder, welche die Zahlen 5, 10, 15, 20 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde ebenfalls raus.
Nach der Zahl 20 wird erneut bei der Zahl 1/Piep oder M-Geräusch angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

A.5. – Zählkreis (rückwärts, Zweierschritte)

Vorbereitung:

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

Auftrag:

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 19 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn (später ebenso gegen den Uhrzeigersinn möglich) rückwärts gezählt, wobei nur die ungeraden Zahlen laut gesagt werden dürfen. Die Kinder mit einer geraden Zahl machen ein Piep oder M-Geräusch. Wenn ein Kind eine gerade Zahl unerlaubterweise laut sagt, muss es sich hinhocken und ist für diese Runde raus.
Die Kinder, welche die Zahlen 20, 15, 10, 5 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde ebenfalls raus.
Nach der Zahl 1 wird erneut bei der Zahl 20/Piep oder M-Geräusch angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

A.6. – Zählkreis (rückwärts, Zweierschritte)

Vorbereitung:

Alle Kinder stellen sich in einem großen Kreis auf.
Der Spielleiter oder die Spielleiterin ernennt ein Kind zum Startkind.

Auftrag:

Das Startkind beginnt bei der Startzahl 20 an laut zu zählen. Es wird zunächst im Uhrzeigersinn (später ebenso gegen den Uhrzeigersinn möglich) rückwärts gezählt, wobei nur die geraden Zahlen laut gesagt werden dürfen. Die Kinder mit einer ungeraden Zahl machen ein Piep oder M-Geräusch. Wenn ein Kind eine ungerade Zahl unerlaubterweise laut sagt, muss es sich hinhocken und ist für diese Runde raus.
Die Kinder, welche die Zahlen 20, 15, 10, 5 nennen, werden von dem Spielleiter oder der Spielleiterin aufgefordert sich hinzuhocken und sind für die aktuelle Zählrunde ebenfalls raus.
Nach der Zahl 1/Piep oder M-Geräusch wird erneut bei der Zahl 20 angefangen zu zählen.
Der Vorgang wird so lange aufrecht gehalten, bis nur noch ein Kind steht. Dieses Kind ist der Zählsieger oder die Zählsiegerin und gleichzeitig das neue Startkind für eine neue Zählrunde.

B.1. – Zahlenweg (vorwärts, Einerschritte)

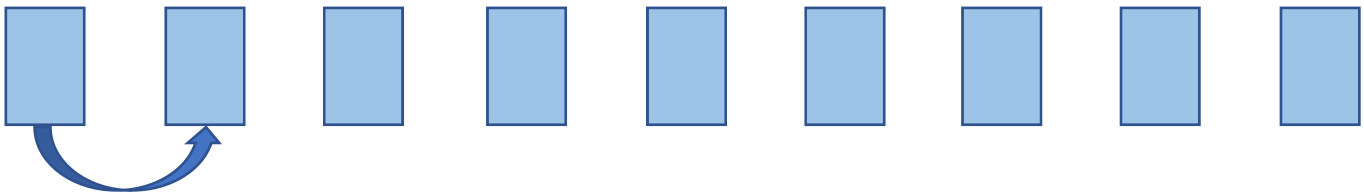
Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

Zahlenweg von 1 bis 20 in Einerschritten ablaufen und dabei laut vorwärts zählen.

Der Partner läuft nebenher und kontrolliert das Zählen.



B.2. – Zahlenweg (rückwärts, Einerschritte)

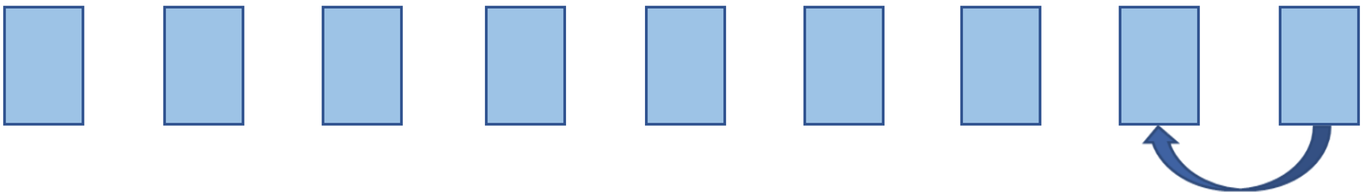
<u>Vorbereitung:</u>

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

<u>Mission:</u>

Zahlenweg von 20 bis 1 in Einerschritten ablaufen und dabei laut rückwärts zählen.

Der Partner läuft nebenher und kontrolliert das Zählen.



B.3. – Zahlenweg (vorwärts, Zweierschritte)

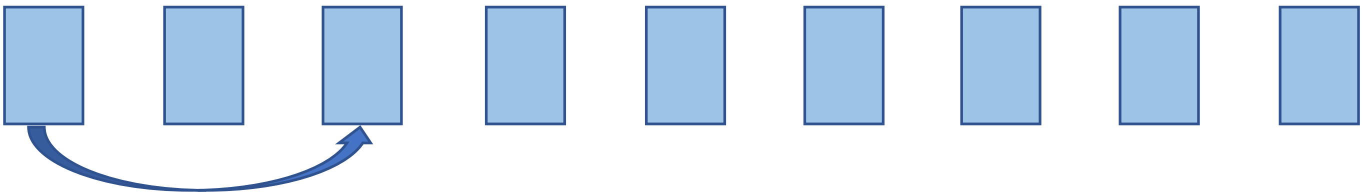
Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

Zahlenweg von 1 bis 20 in Zweierschritten ablaufen und dabei laut vorwärts zählen. Startzahl zwischen 1 und 2 variieren.

Der Partner läuft nebenher und kontrolliert das Zählen.



B.4. – Zahlenweg (rückwärts, Zweierschritte)

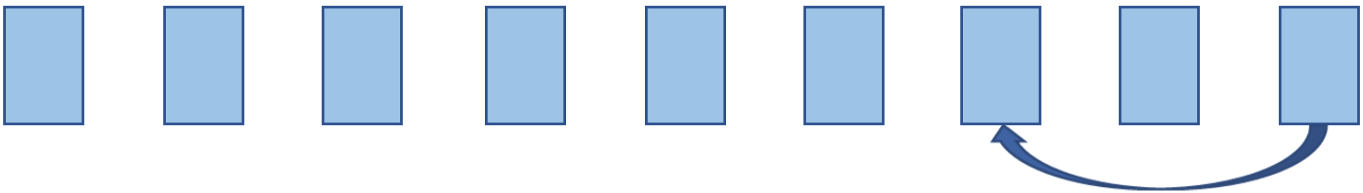
<u>Vorbereitung:</u>

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

<u>Mission:</u>

Zahlenweg von 1 bis 20 in Zweierschritten ablaufen und dabei laut rückwärts zählen. Startzahl zwischen 20 und 19 variieren.

Der Partner läuft nebenher und kontrolliert das Zählen.



B.5. – Zahlenweg (Zählaufträge)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

Partnerkind denkt sich Zählmissionen für das Zählkind aus.

Entscheidungsfelder für Missionsaufträge:

- Startzahl auswählen (z.B. Starte bei der Zahl 14)
- Zählrichtung entscheiden (z.B. vorwärts, rückwärts, Kombination aus beiden Richtungen)
- Anzahl der Zählschritte vorgeben (z.B. Gehe 6 Schritte vor)
- Kontrollfrage stellen (z.B. Bei welcher Zahl bist du gelandet?)

Es müssen zuvor ausreichend Zählerfahrungen am Zahlenweg gesammelt werden, damit Kinder in der Lage sind eigene Missionen zu erstellen (Empfehlung: B.6. – B.15. zuvor lösen)

B.6. – Zahlenweg (Zählrätsel)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Starte bei der Zahl 4!	4
- Gehe 6 Schritte vorwärts!	6
- Gehe 3 Schritte rückwärts!	3
- Bei welcher Zahl stehst du?	?

Partner gibt die Anweisungen und kontrolliert das Ergebnis mit der Lösungskartei.

B.7. – Zahlenweg (Zählrätsel)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Starte bei der Zahl 11!	11
- Gehe 4 Schritte vorwärts!	4
- Gehe 6 Schritte rückwärts!	6
- Bei welcher Zahl stehst du?	?

Partner gibt die Anweisungen und kontrolliert das Ergebnis mit der Lösungskartei.

B.8. – Zahlenweg (Zählrätsel)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Starte bei der Zahl 17!	17
- Gehe 2 Schritte vorwärts!	2
- Gehe 8 Schritte rückwärts!	8
- Bei welcher Zahl stehst du?	?

Partner gibt die Anweisungen und kontrolliert das Ergebnis mit der Lösungskartei.

B.9. – Zahlenweg (Zählrätsel)

<u>Vorbereitung:</u>

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

<u>Mission:</u>

- Starte bei der Zahl 12!	12
- Gehe 5 Schritte rückwärts!	5
- Gehe 10 Schritte vorwärts!	10
- Bei welcher Zahl stehst du?	?

Partner gibt die Anweisungen und kontrolliert das Ergebnis mit der Lösungskartei.

B.10. – Zahlenweg (Zählrätsel)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Starte bei der Zahl 16!	16
- Gehe 7 Schritte rückwärts!	7
- Gehe 4 Schritte vorwärts!	4
- Bei welcher Zahl stehst du?	?

Partner gibt die Anweisungen und kontrolliert das Ergebnis mit der Lösungskartei.

B.11. – Zahlenweg (Wo bist du?)

<u>Vorbereitung:</u>

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

<u>Mission:</u>

- Partnerkind führt Zählkind zur Zahl 7!	▶	7
- Halte dir mit deinen Händen die Augen zu!		
- Welche Zahl ist vor dir?	→	?
- Welche Zahl ist hinter dir?	←	?
- Wie heißt deine Zahl?	▶	?

Partnerkind kontrolliert die Zahlnamen.

B.12. – Zahlenweg (Wo bist du?)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Partnerkind führt Zählkind zur Zahl 10! 10
- Halte dir mit deinen Händen die Augen zu!
- Welche Zahl ist vor dir? ?
- Welche Zahl ist hinter dir? ?
- Wie heißt deine Zahl? ?

Partnerkind kontrolliert die Zahlnamen.

B.13. – Zahlenweg (Wo bist du?)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Partnerkind führt Zählkind zur Zahl 13! ▶ 13
- Halte dir mit deinen Händen die Augen zu!
- Welche Zahl ist vor dir? ➡ ?
- Welche Zahl ist hinter dir? ⬅ ?
- Wie heißt deine Zahl? ▶ ?

Partnerkind kontrolliert die Zahlnamen.

B.14. – Zahlenweg (Wo bist du?)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Partnerkind führt Zählkind zur Zahl 16!	▶	16
- Halte dir mit deinen Händen die Augen zu!		
- Welche Zahl ist vor dir?	➡	?
- Welche Zahl ist hinter dir?	⬅	?
- Wie heißt deine Zahl?	▶	?

Partnerkind kontrolliert die Zahlnamen.

B.15. – Zahlenweg (Wo bist du?)

Vorbereitung:

Die Zahlenkarten von 1 – 20 auf den Boden in der richtigen Reihenfolge auslegen.

Mission:

- Partnerkind führt Zählkind zur Zahl 19! ▶ 19
- Halte dir mit deinen Händen die Augen zu!
- Welche Zahl ist vor dir? ➡ ?
- Welche Zahl ist hinter dir? ⬅ ?
- Wie heißt deine Zahl? ▶ ?

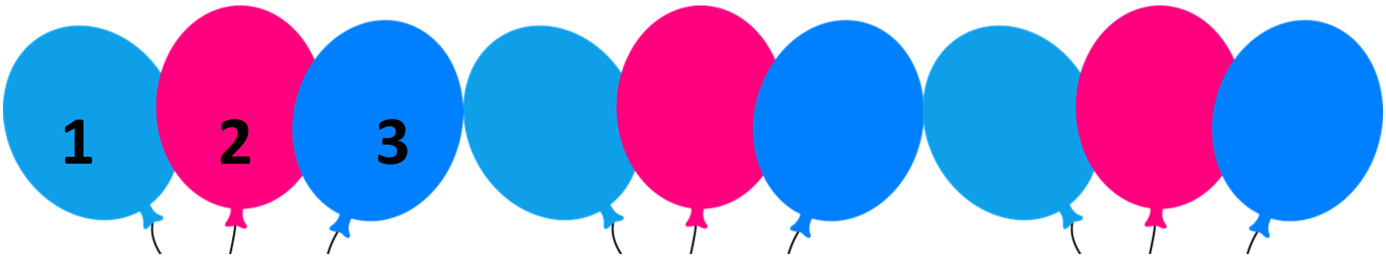
Partnerkind kontrolliert die Zahlnamen.

C.1. – Zahlenketten (vorwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

8, 5, 7, 4, 6, 9



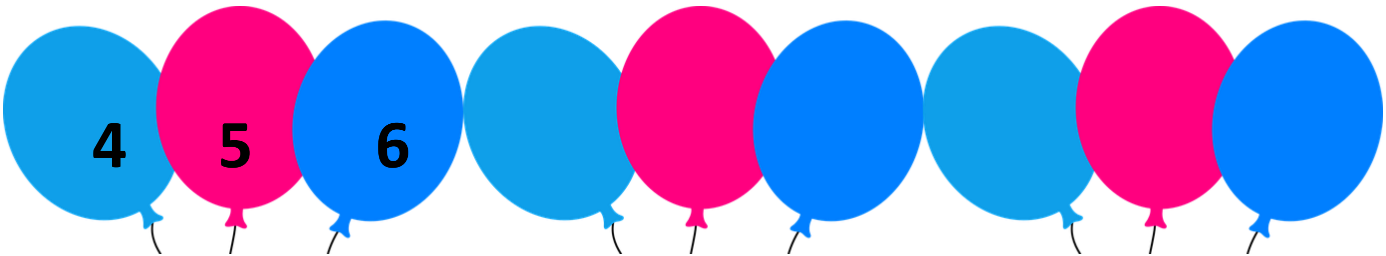
C.2. – Zahlenketten (vorwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

11, 9, 8, 10, 7, 12

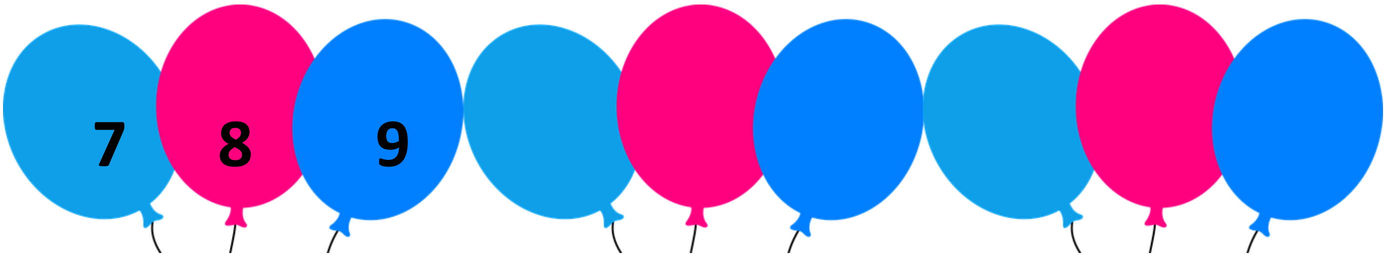


C.3. – Zahlenketten (vorwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

11, 14, 10, 15, 12, 13



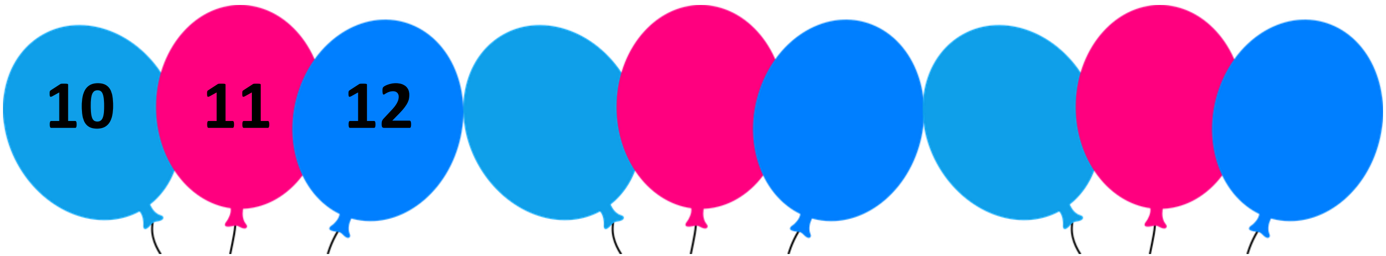
C.4. – Zahlenketten (vorwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

17, 14, 18, 16, 15, 13

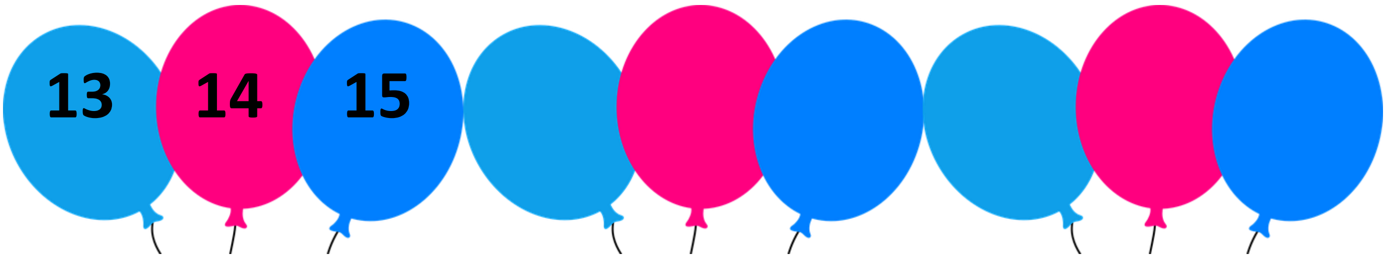


C.5. – Zahlenketten (vorwärts)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

18, 16, 20, 17, 19, 21

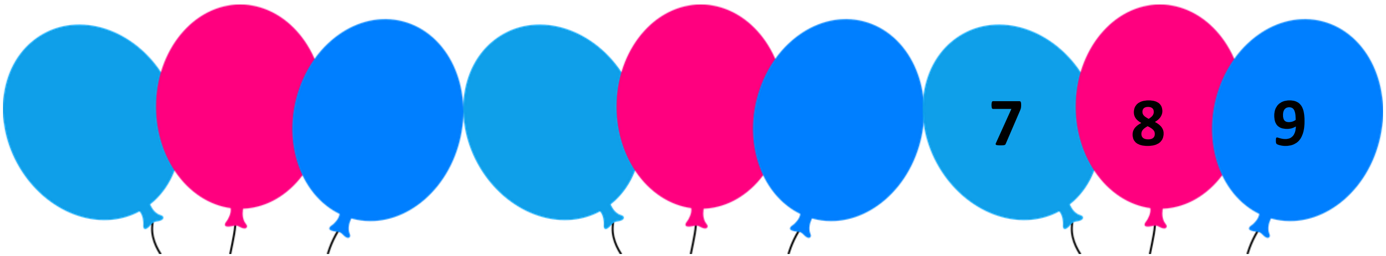


C.6. – Zahlenketten (rückwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

4, 2, 5, 3, 6, 1



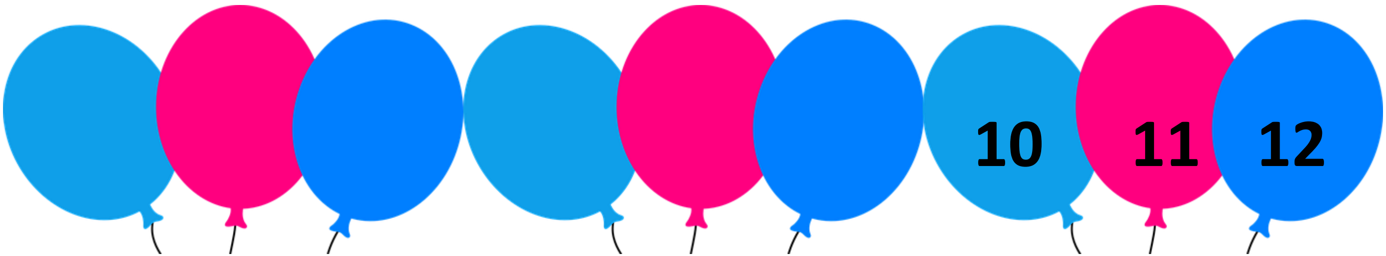
C.7. – Zahlenketten (rückwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

6, 4, 7, 9, 5, 8



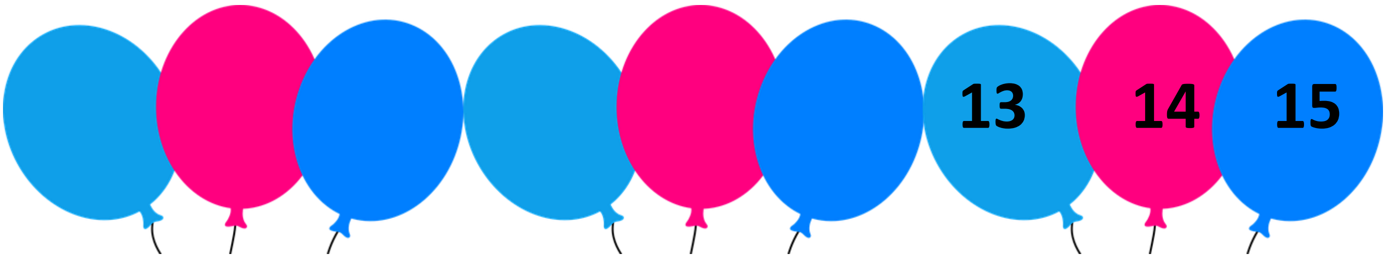
C.8. – Zahlenketten (rückwärts)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

10, 8, 9, 12, 7, 11

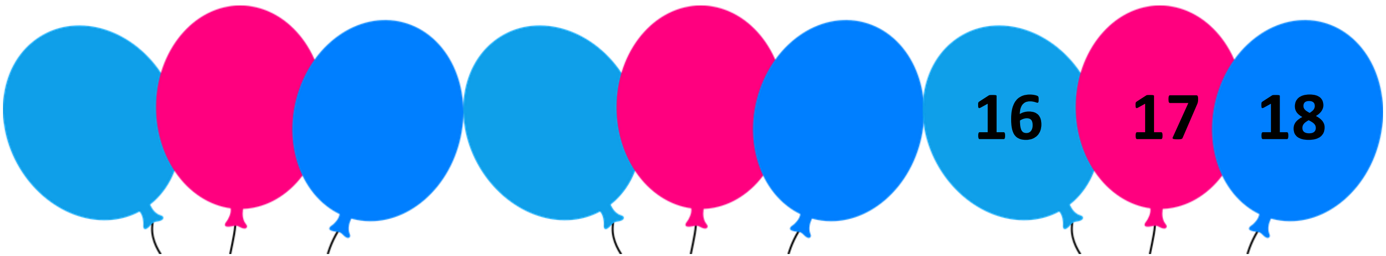


C.9. – Zahlenketten (rückwärts)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

13, 11, 14, 10, 15, 12



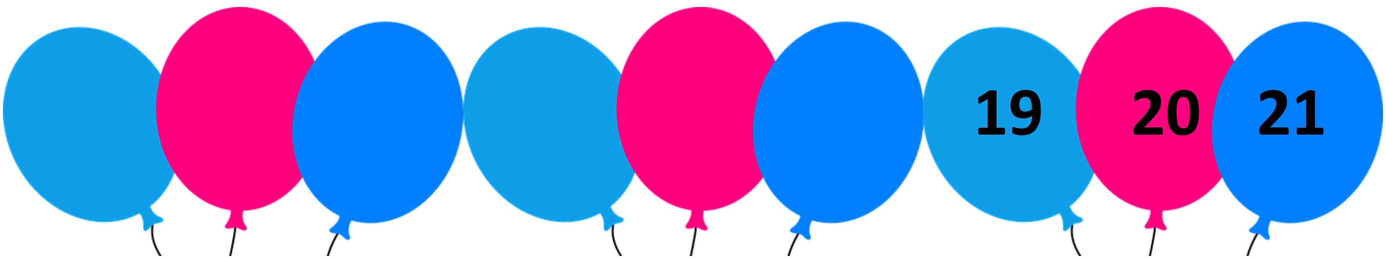
C.10. – Zahlenketten (rückwärts)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

16, 14, 18, 17, 13, 15

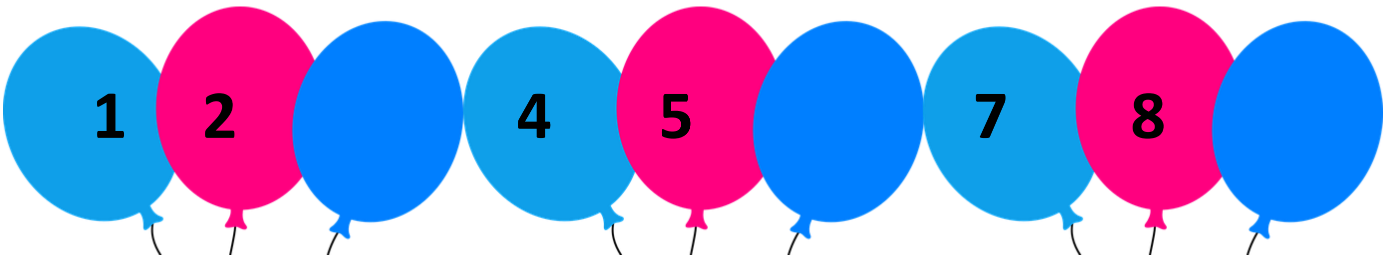


C.11. – Zahlenketten (Lücken)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

6, 3, 9



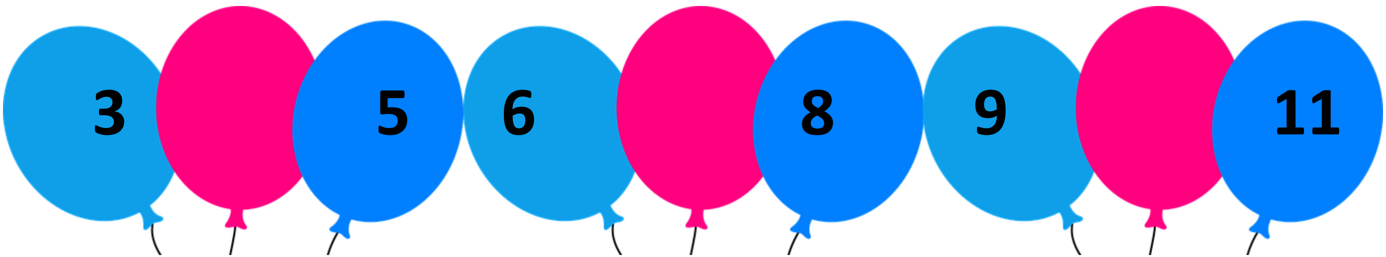
C.12. – Zahlenketten (Lücken)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

7, 4, 10



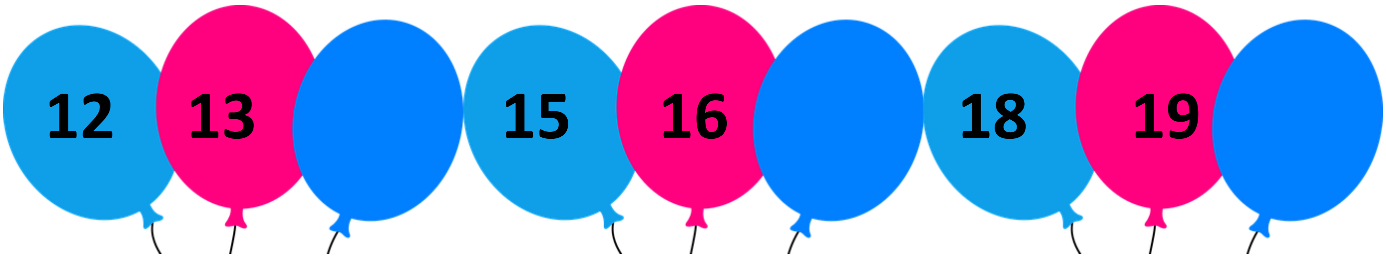
C.13. – Zahlenketten (Lücken)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

20, 14, 17

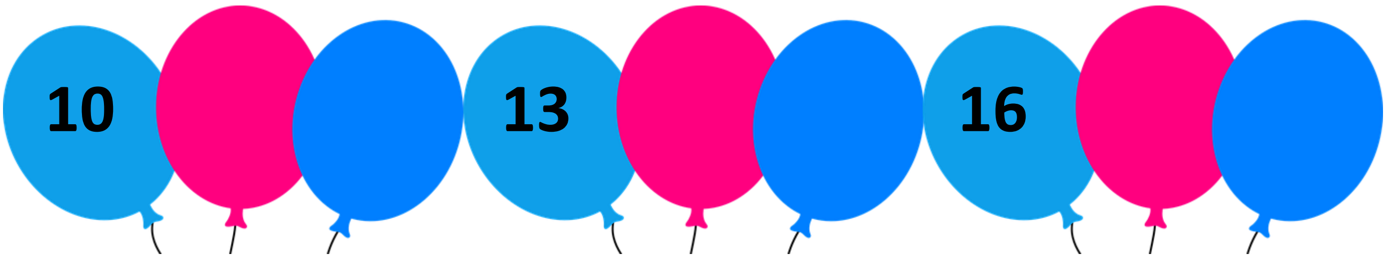


C.14. – Zahlenketten (Lücken)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

14, 11, 18, 12, 15, 17

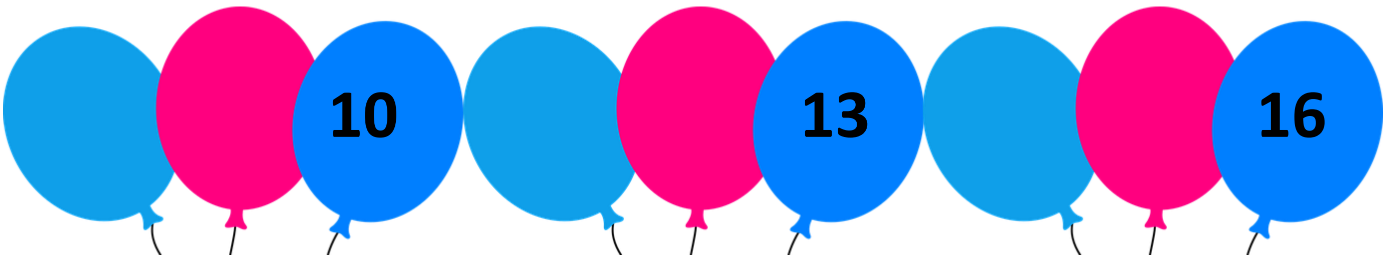


C.15. – Zahlenketten (Lücken)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

8, 11, 14, 9, 12, 15



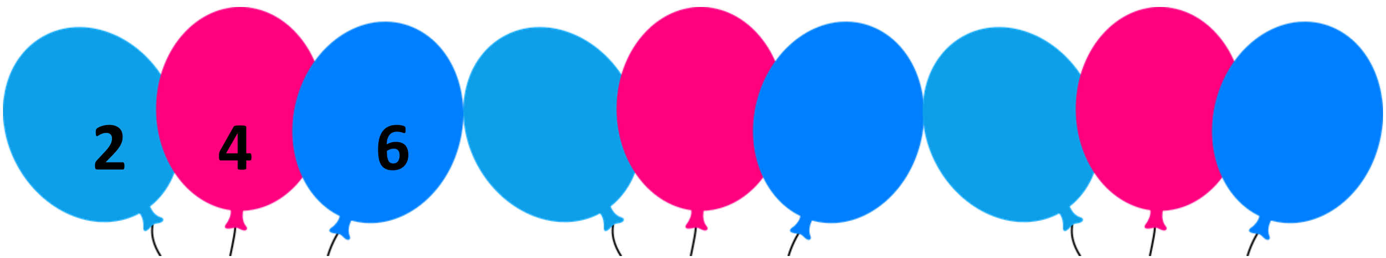
C.16. – Zahlenketten (Zweierschritte)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

10, 8, 14, 12, 18, 16

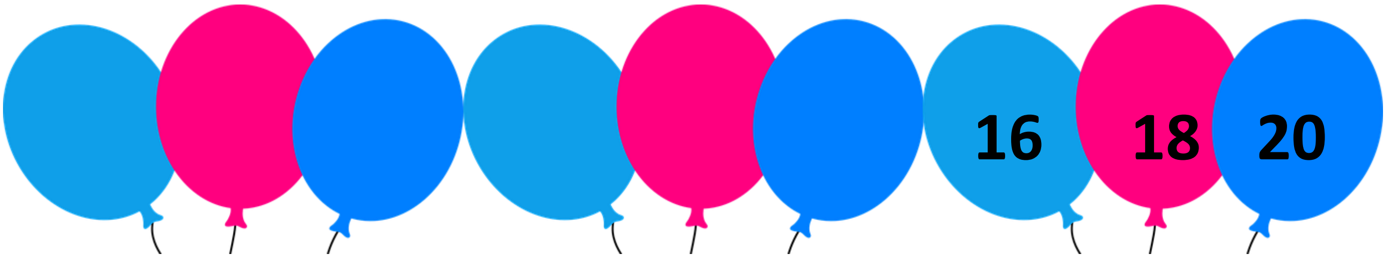


C.17. – Zahlenketten (Zweierschritte)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

14, 8, 10, 6, 12, 4



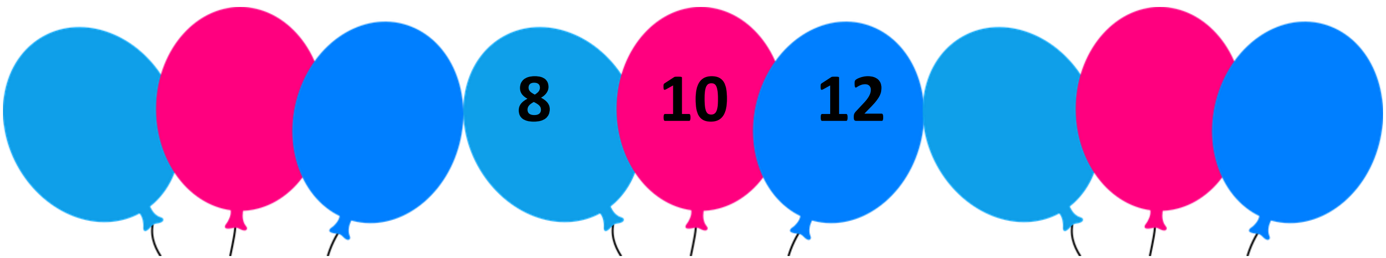
C.18. – Zahlenketten (Zweierschritte)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

6, 14, 2, 18, 16, 4



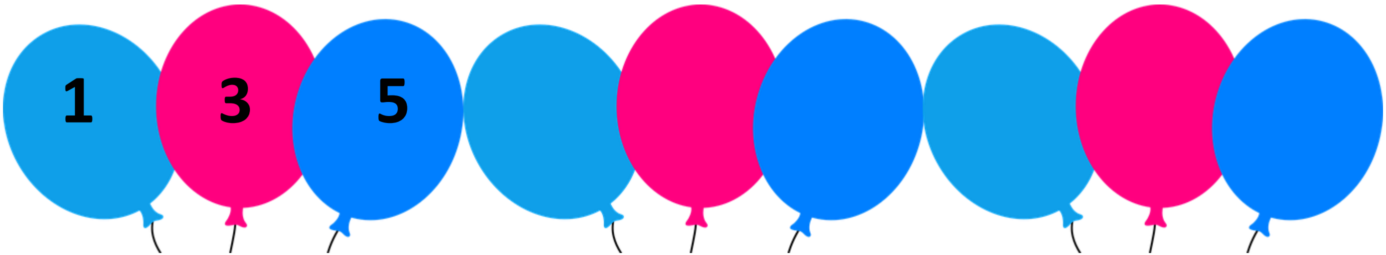
C.19. – Zahlenketten (Zweierschritte)

<u>Aufgabe:</u>

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.

Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

9, 13, 7, 11, 17, 15

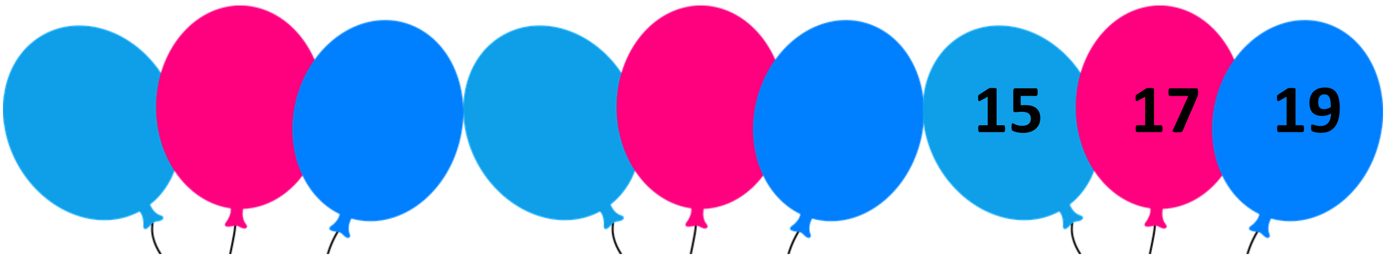


C.20. – Zahlenketten (Zweierschritte)

Aufgabe:

In jedem Luftballon wohnt eine Zahl. Manche Zahlen haben allerdings vergessen in welchem Luftballon sie wohnen.
Hilf den Zahlen ihren richtigen Luftballon zu finden. Schreibe dafür die Zahlen aus dem Kästchen in der richtigen Reihenfolge in die Luftballonkette.

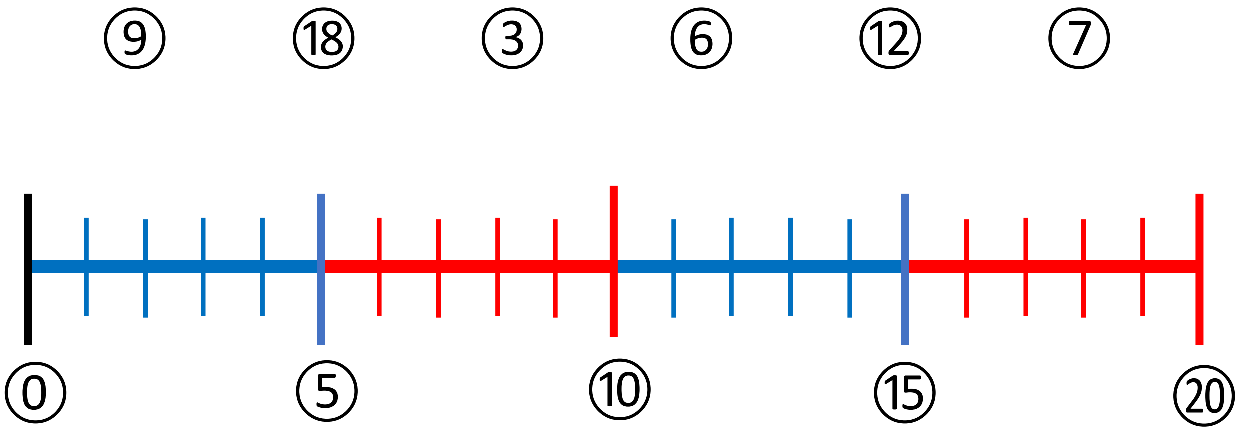
13, 9, 5, 11, 7, 3



D.1. – Zahlenstrahl (verbinden)

Aufgabe:

Im Zahlenland herrscht ein gewaltiges Durcheinander. Hilf den Zahlen ihren richtigen Platz auf dem Zahlenstrahl zu finden. Verbinde dafür die Zahlen mit dem richtigen Strich auf dem Zahlenstrahl.

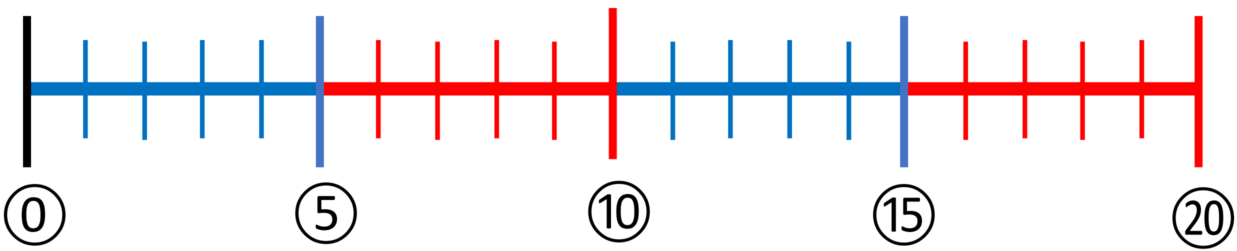


D.2. – Zahlenstrahl (verbinden)

Aufgabe:

Im Zahlenland herrscht ein gewaltiges Durcheinander. Hilf den Zahlen ihren richtigen Platz auf dem Zahlenstrahl zu finden. Verbinde dafür die Zahlen mit dem richtigen Strich auf dem Zahlenstrahl.

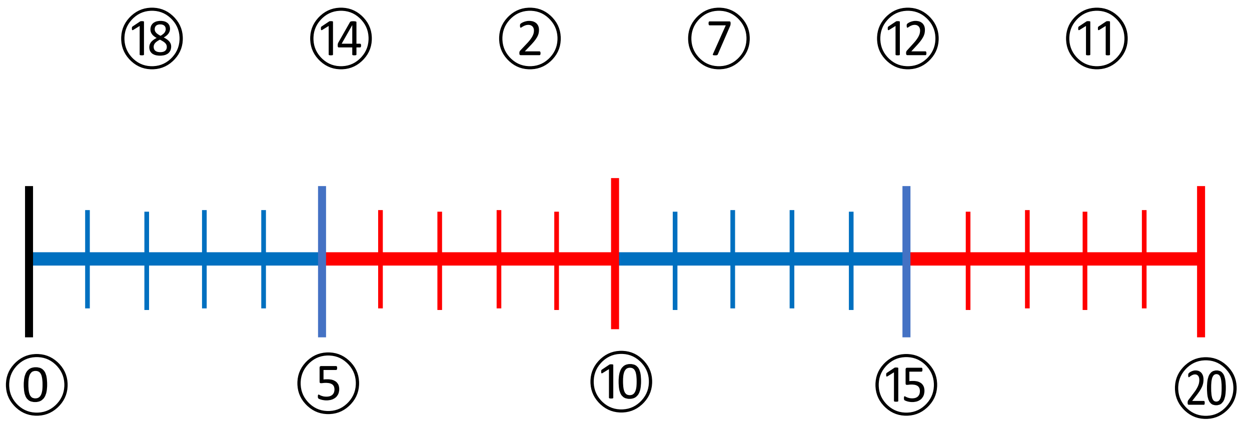
17 4 8 1 19 13



D.3. – **Zahlenstrahl** (verbinden)

Aufgabe:

Im Zahlenland herrscht ein gewaltiges Durcheinander. Hilf den Zahlen ihren richtigen Platz auf dem Zahlenstrahl zu finden. Verbinde dafür die Zahlen mit dem richtigen Strich auf dem Zahlenstrahl.

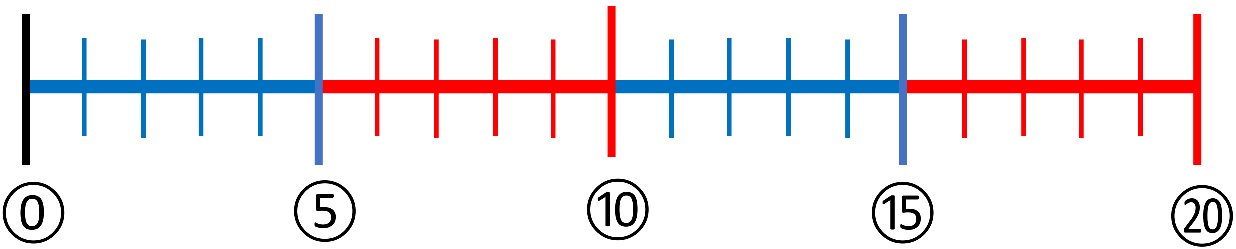


D.4. – Zahlenstrahl (verbinden)

Aufgabe:

Im Zahlenland herrscht ein gewaltiges Durcheinander. Hilf den Zahlen ihren richtigen Platz auf dem Zahlenstrahl zu finden. Verbinde dafür die Zahlen mit dem richtigen Strich auf dem Zahlenstrahl.

4 16 6 9 1 17

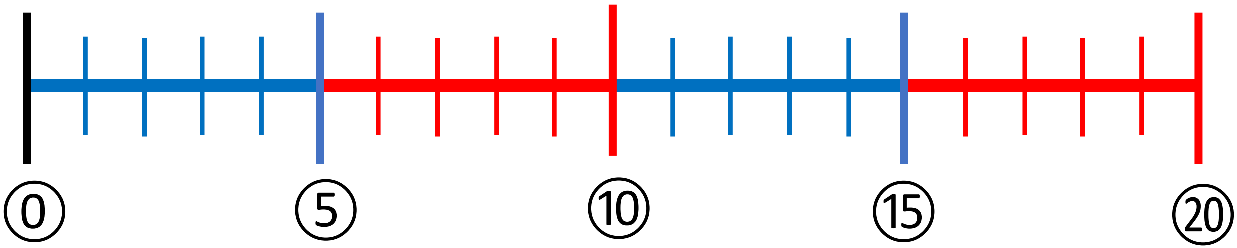


D.5. – Zahlenstrahl (verbinden)

Aufgabe:

Im Zahlenland herrscht ein gewaltiges Durcheinander. Hilf den Zahlen ihren richtigen Platz auf dem Zahlenstrahl zu finden. Verbinde dafür die Zahlen mit dem richtigen Strich auf dem Zahlenstrahl.

14 16 2 13 3 8

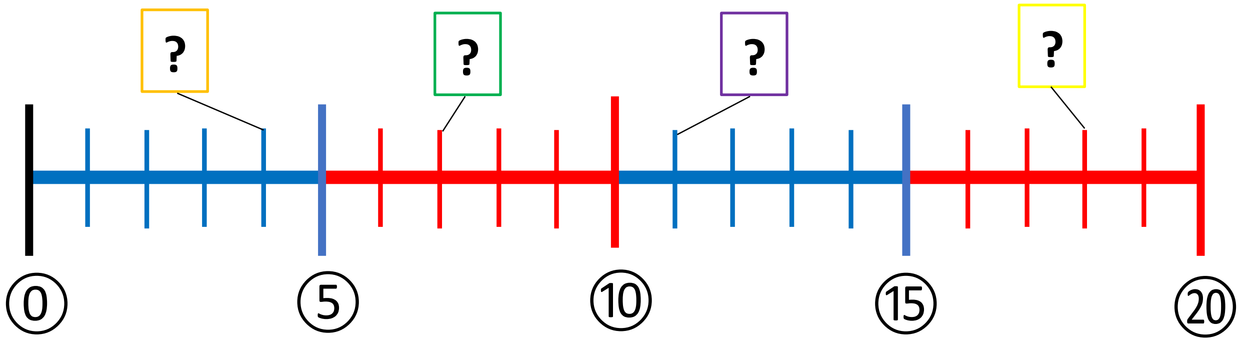


D.6. – Zahlenstrahl (ablesen)

Aufgabe:

Die Zahlen wollen sich auf dem Zahlenstrahl treffen. Doch einige Zahlen sind noch nicht da. Findest du heraus, welche Zahlen zu spät kommen?

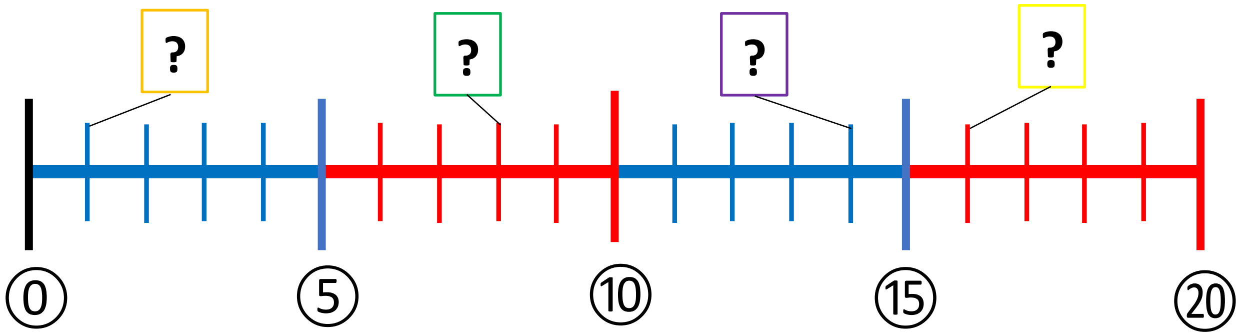
Schreibe die fehlenden Zahlen unten in die bunten Kästchen!



D.7. – Zahlenstrahl (ablesen)

Aufgabe:

Die Zahlen wollen sich auf dem Zahlenstrahl treffen. Doch einige Zahlen sind noch nicht da. Findest du heraus, welche Zahlen zu spät kommen?
Schreibe die fehlenden Zahlen unten in die bunten Kästchen!

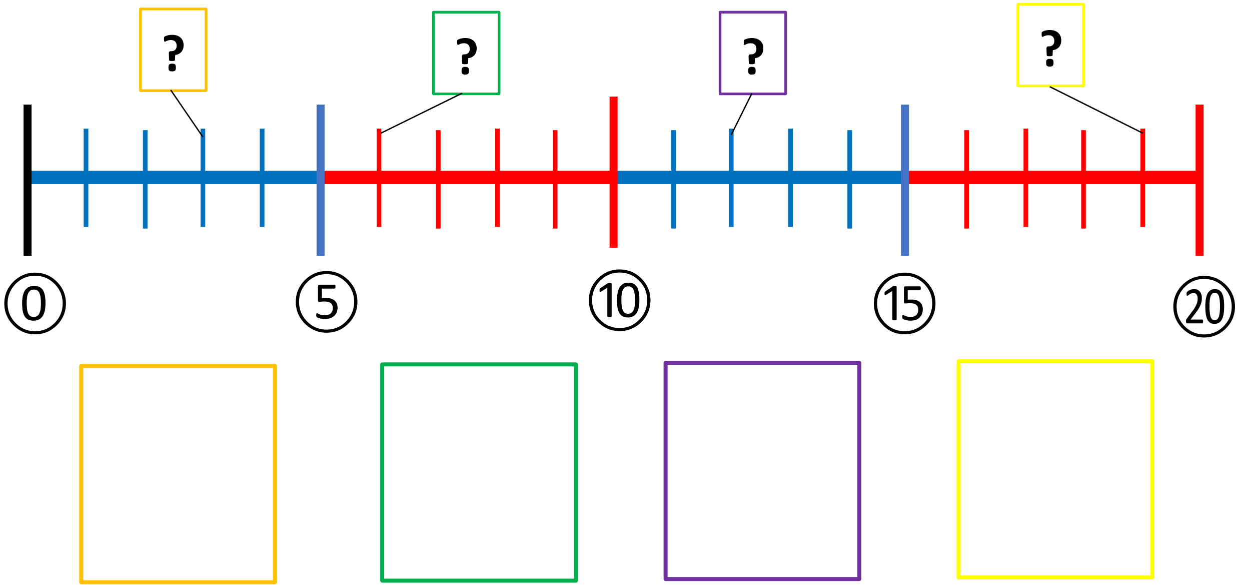


D.8. – Zahlenstrahl (ablesen)

Aufgabe:

Die Zahlen wollen sich auf dem Zahlenstrahl treffen. Doch einige Zahlen sind noch nicht da. Findest du heraus, welche Zahlen zu spät kommen?

Schreibe die fehlenden Zahlen unten in die bunten Kästchen!

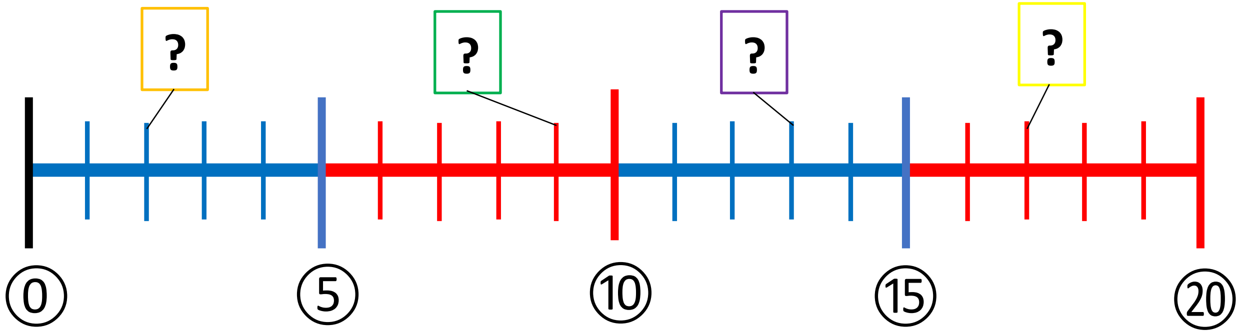


D.9. – Zahlenstrahl (ablesen)

Aufgabe:

Die Zahlen wollen sich auf dem Zahlenstrahl treffen. Doch einige Zahlen sind noch nicht da. Findest du heraus, welche Zahlen zu spät kommen?

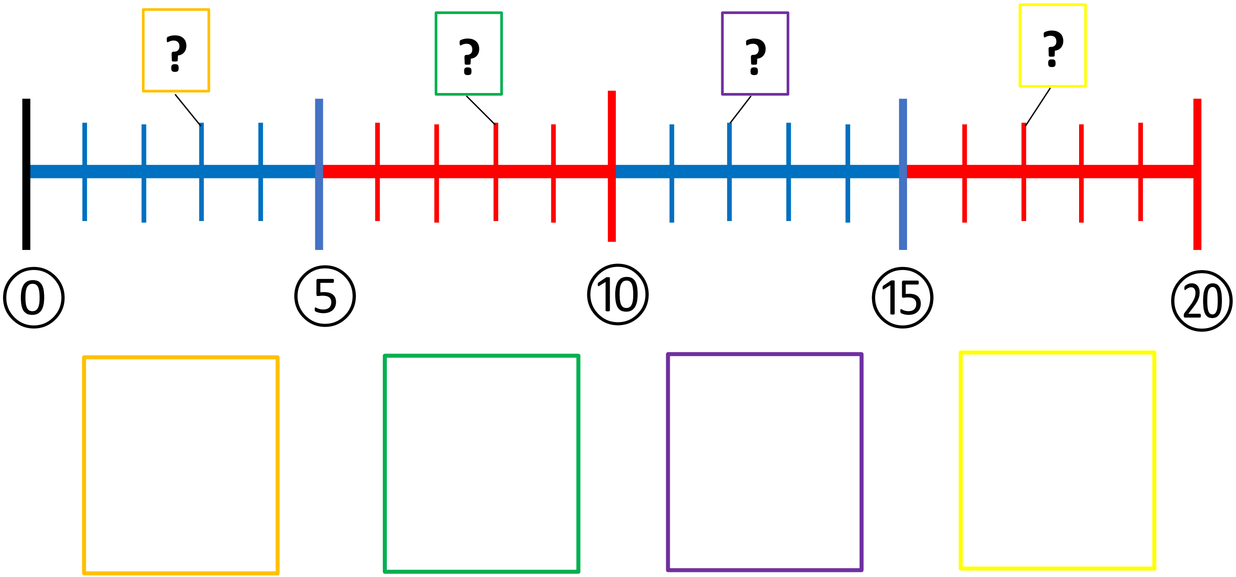
Schreibe die fehlenden Zahlen unten in die bunten Kästchen!



D.10. – Zahlenstrahl (ablesen)

Aufgabe:

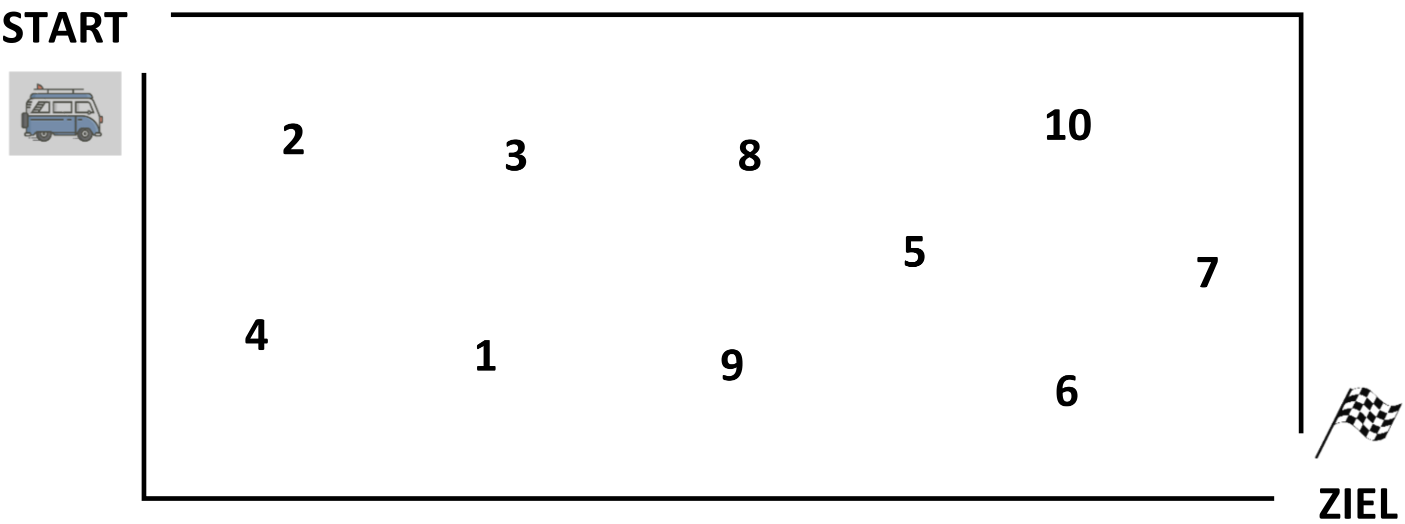
Die Zahlen wollen sich auf dem Zahlenstrahl treffen. Doch einige Zahlen sind noch nicht da. Findest du heraus, welche Zahlen zu spät kommen?
Schreibe die fehlenden Zahlen unten in die bunten Kästchen!



E.1. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)

<u>Aufgabe:</u>

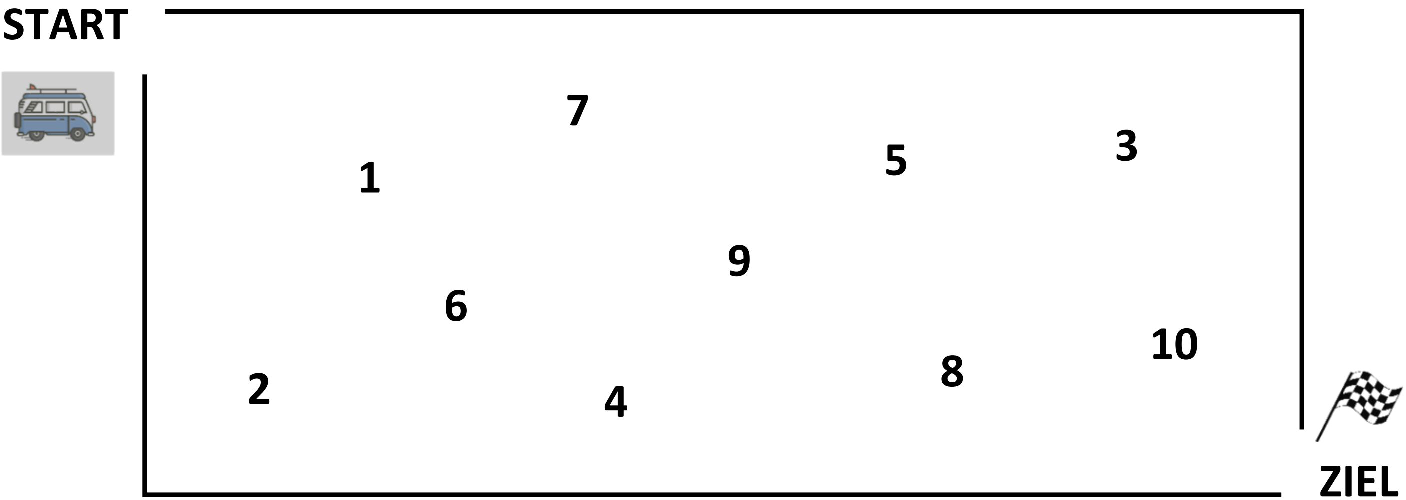
Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!



E.2. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)

Aufgabe:

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!

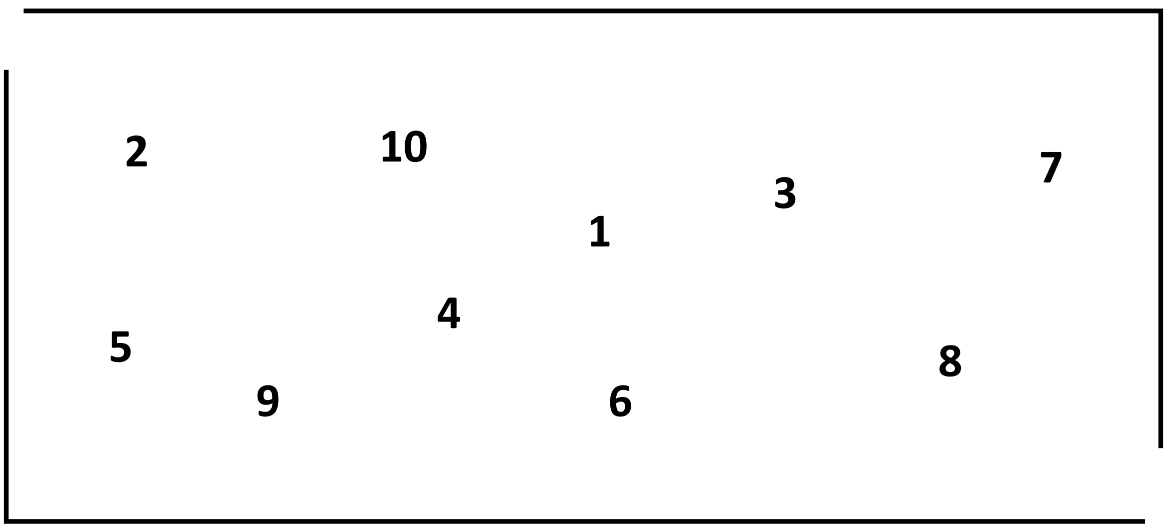


E.3. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)

Aufgabe:

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!

START



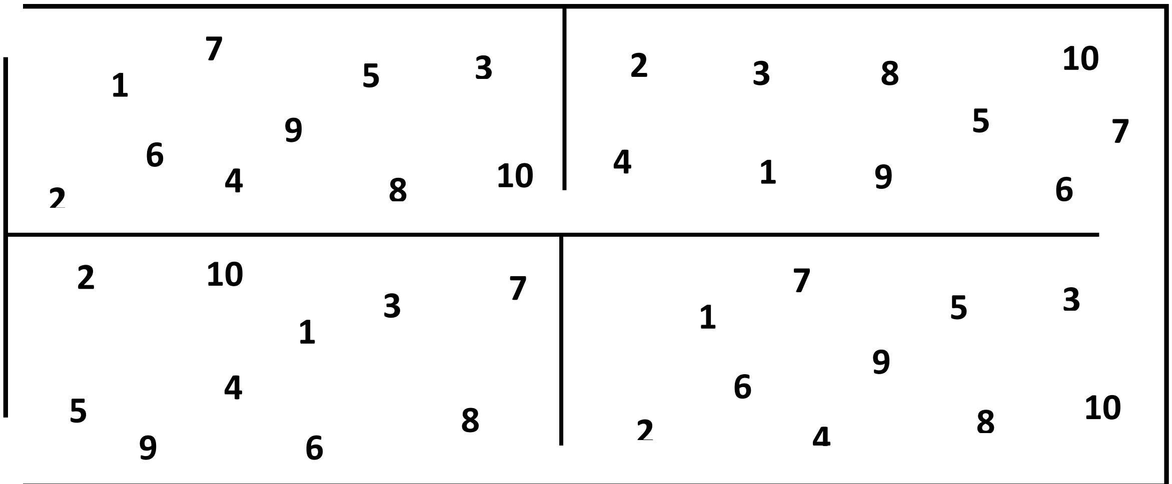
ZIEL

E.4. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)

<u>Aufgabe:</u>

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!

START



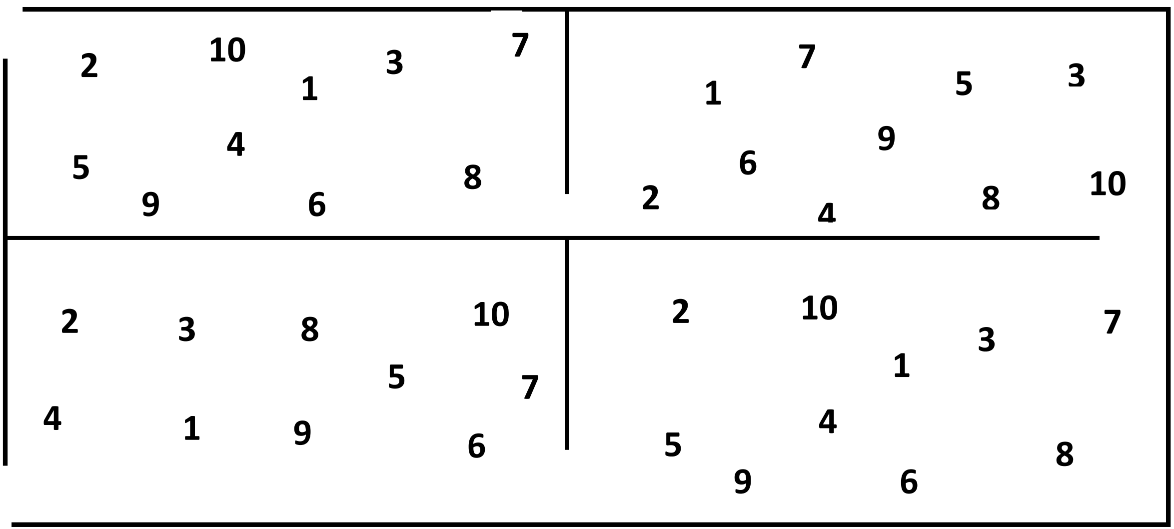
ZIEL

E.5. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)

Aufgabe:

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!

START



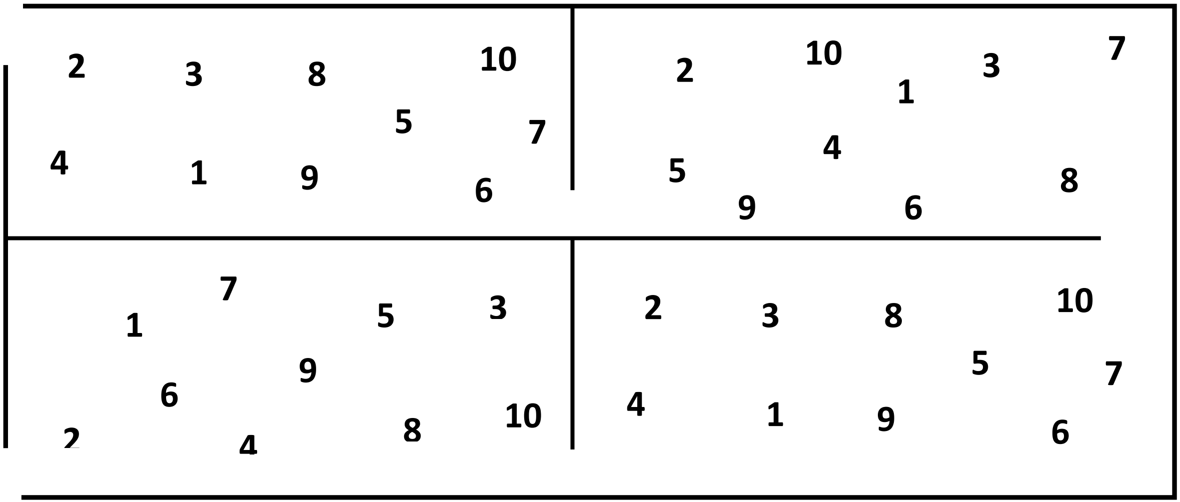
ZIEL

E.6. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)

Aufgabe:

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 10 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!

START

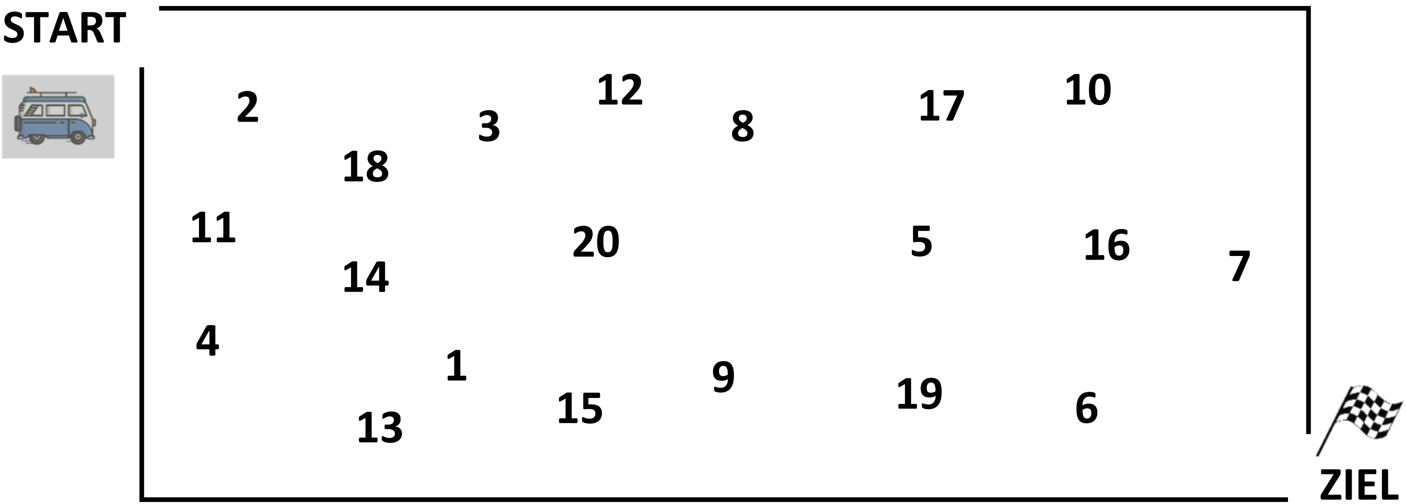


ZIEL

E.7. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)

<u>Aufgabe:</u>

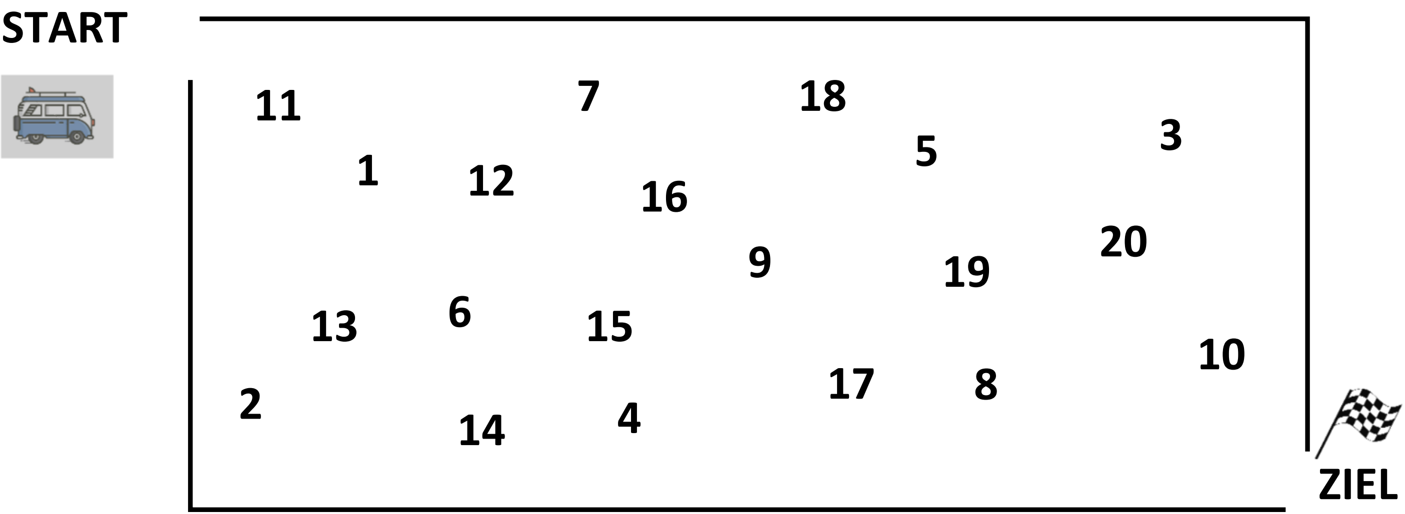
Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 20 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!



E.8. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)

Aufgabe:

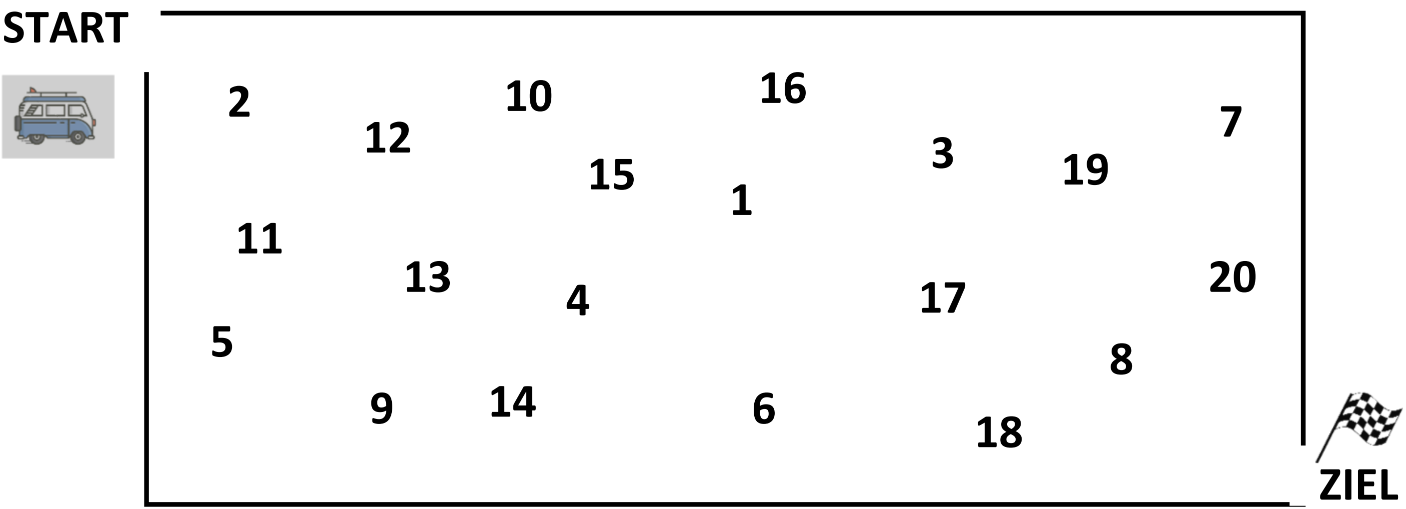
Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 20 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!



E.9. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)

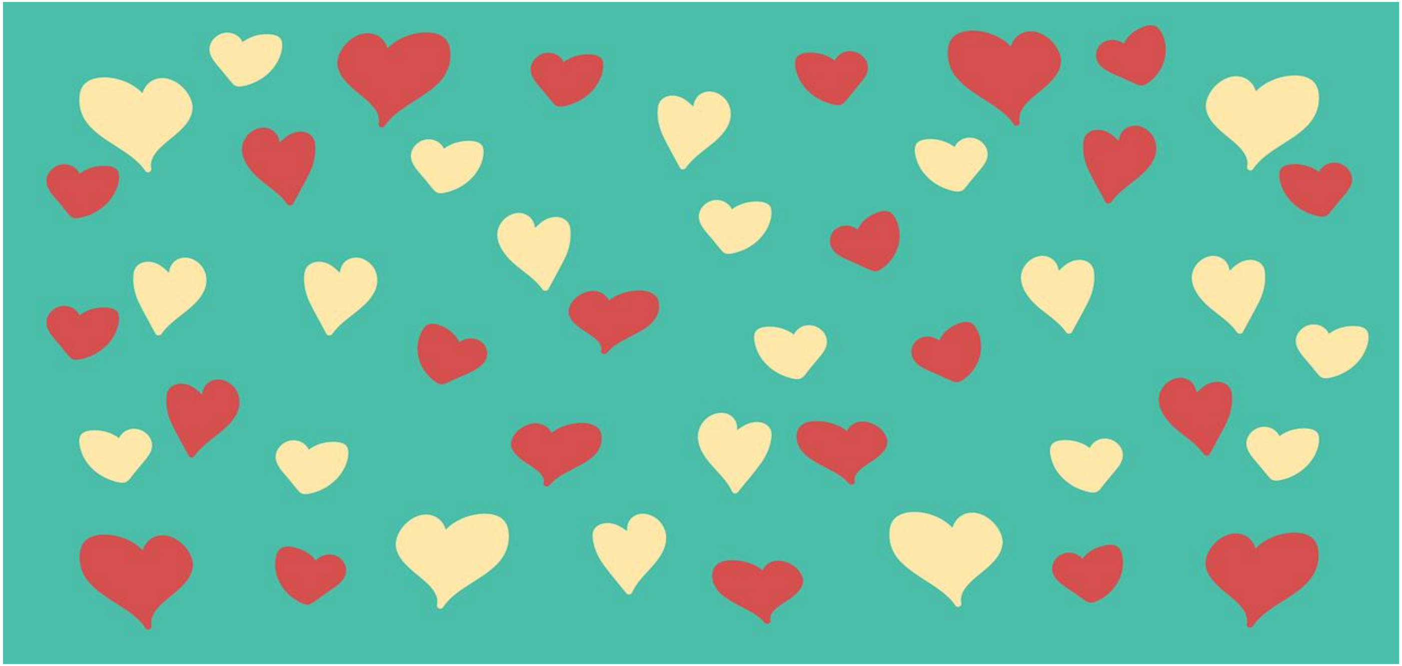
Aufgabe:

Hier findet gleich ein Autorennen statt. Der Fahrer steht schon mit seinem Auto an der Startlinie. Aber es fehlt noch der Weg durch das Zahlenlabyrinth. Wenn du die Zahlen von 1 bis 20 verbindest findet der Fahrer die Strecke. Los geht´s!



A.1. – Einkreisen von Mengen

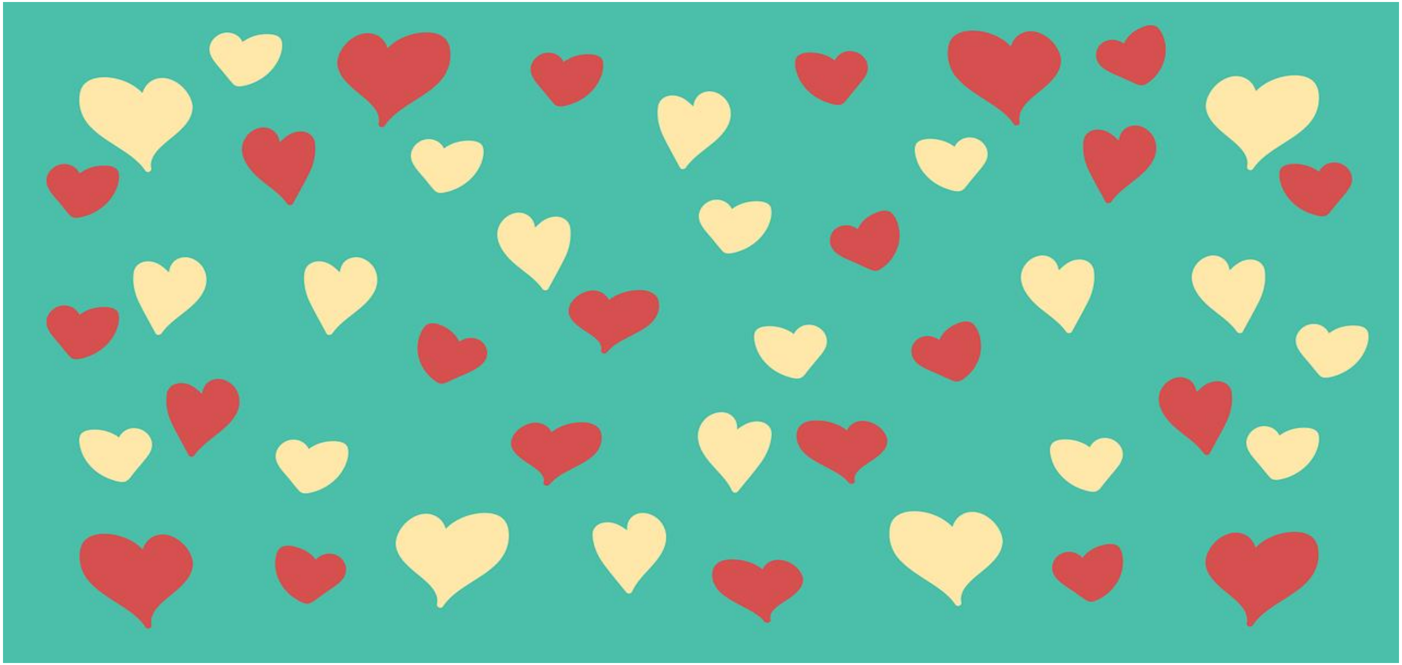
Aufgabe: Kreise immer **2** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.2. – Einkreisen von Mengen

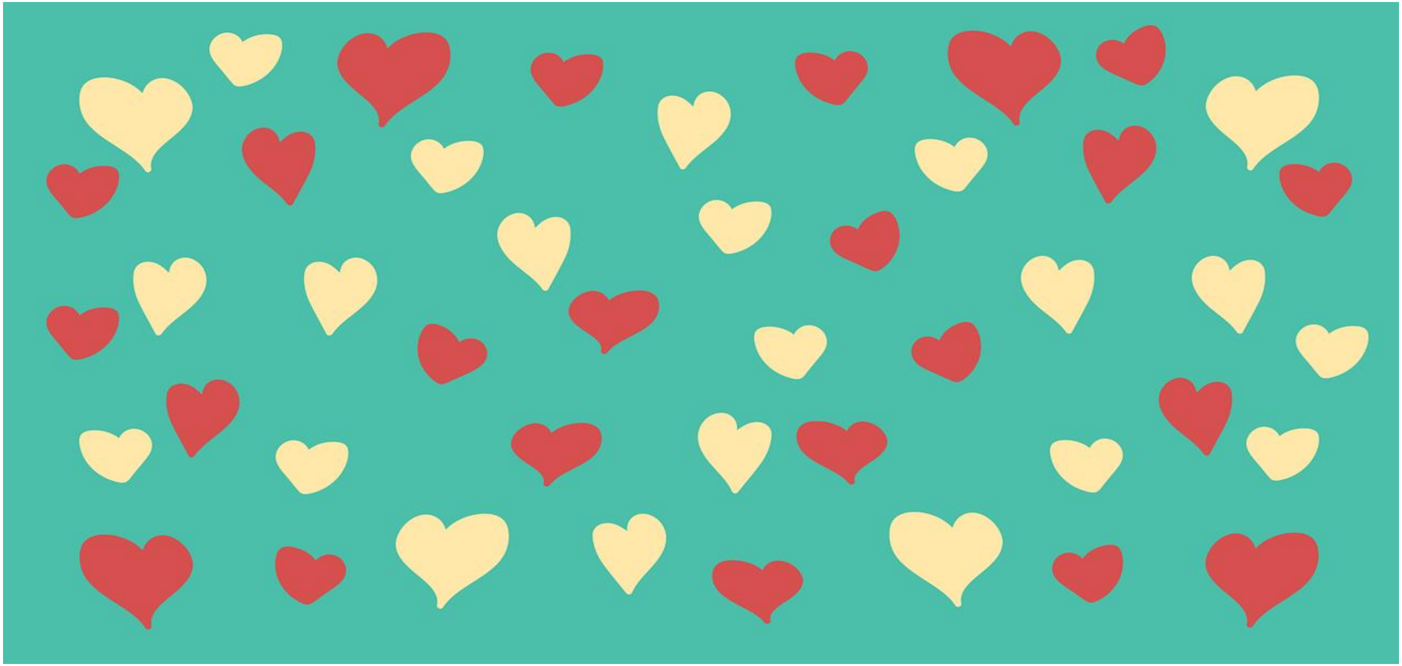
Aufgabe: Kreise immer **3** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.3. – Einkreisen von Mengen

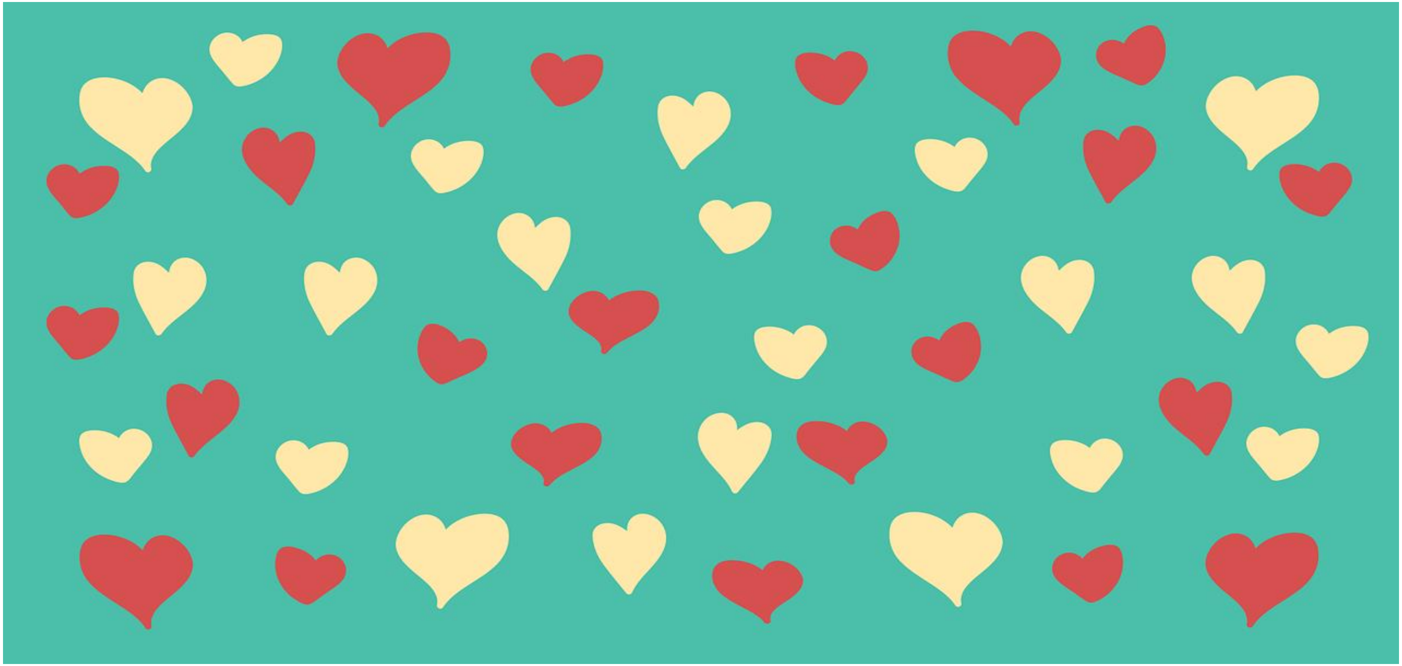
Aufgabe: Kreise immer **4** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig? [ ]

A.4. – Einkreisen von Mengen

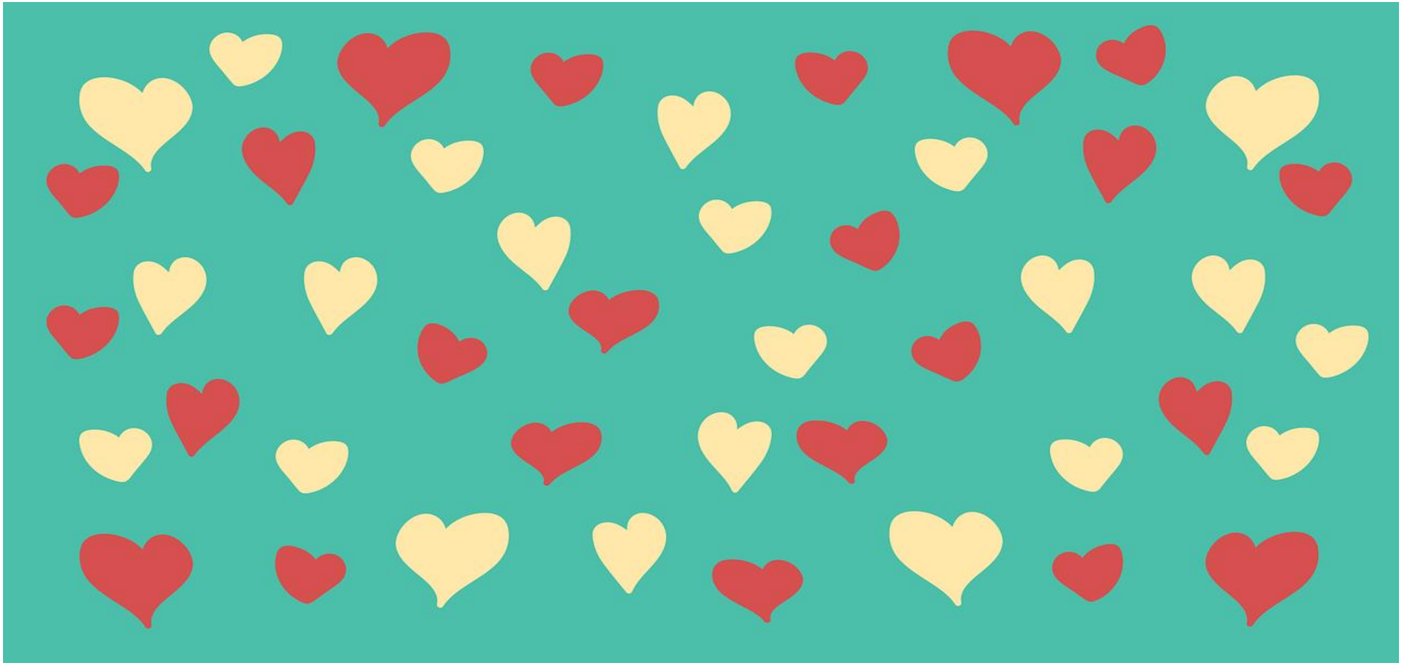
Aufgabe: Kreise immer **5** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.5. – Einkreisen von Mengen

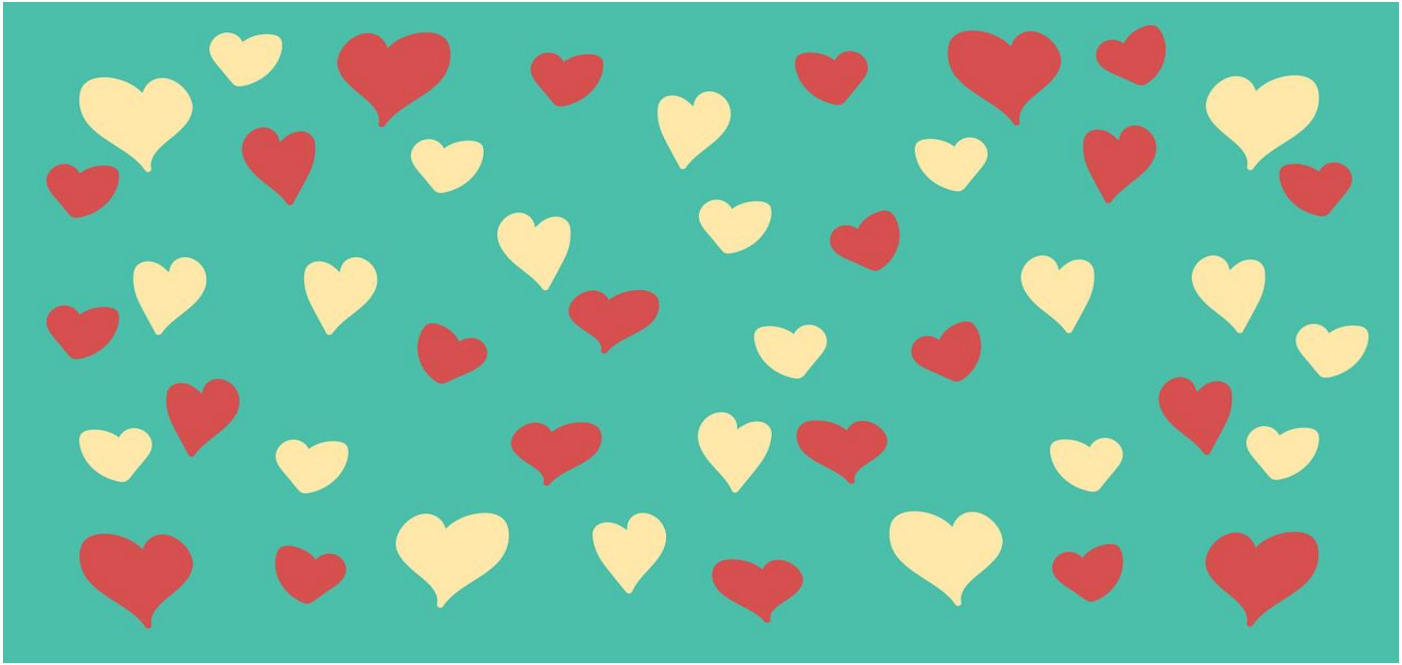
Aufgabe: Kreise immer **6** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.6. – Einkreisen von Mengen

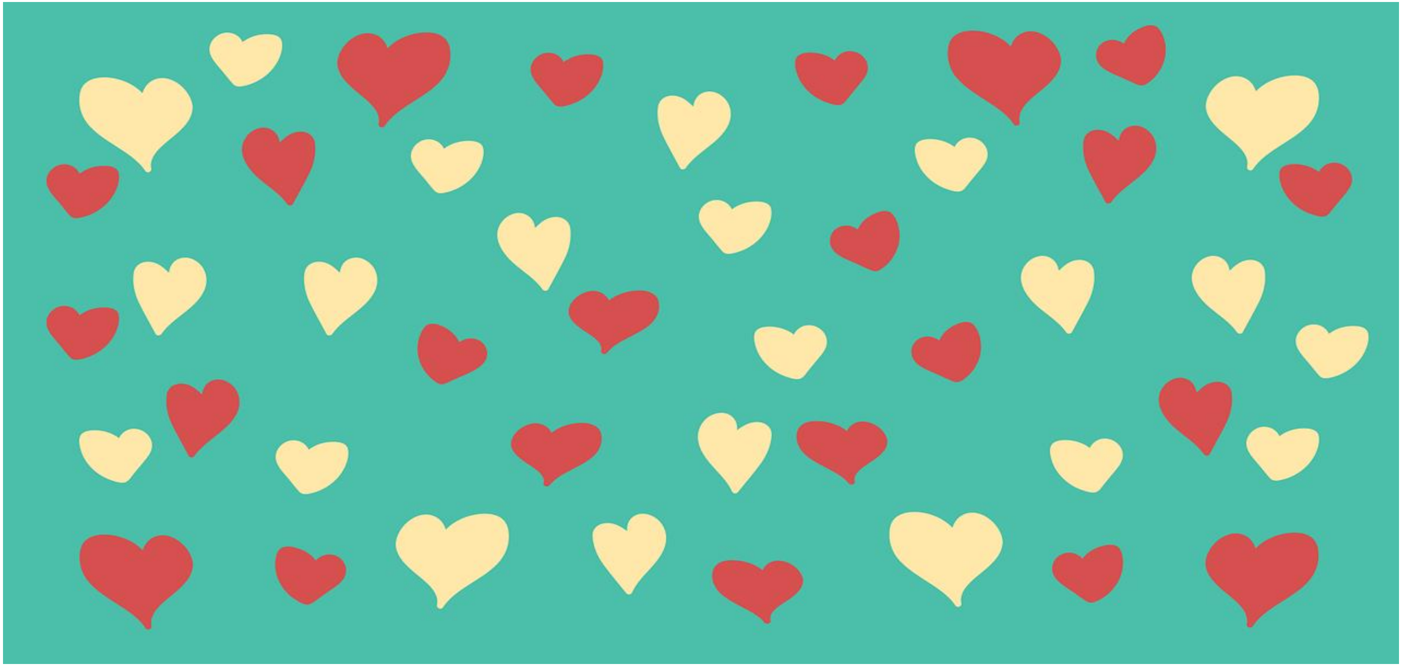
Aufgabe: Kreise immer **7** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.7. – Einkreisen von Mengen

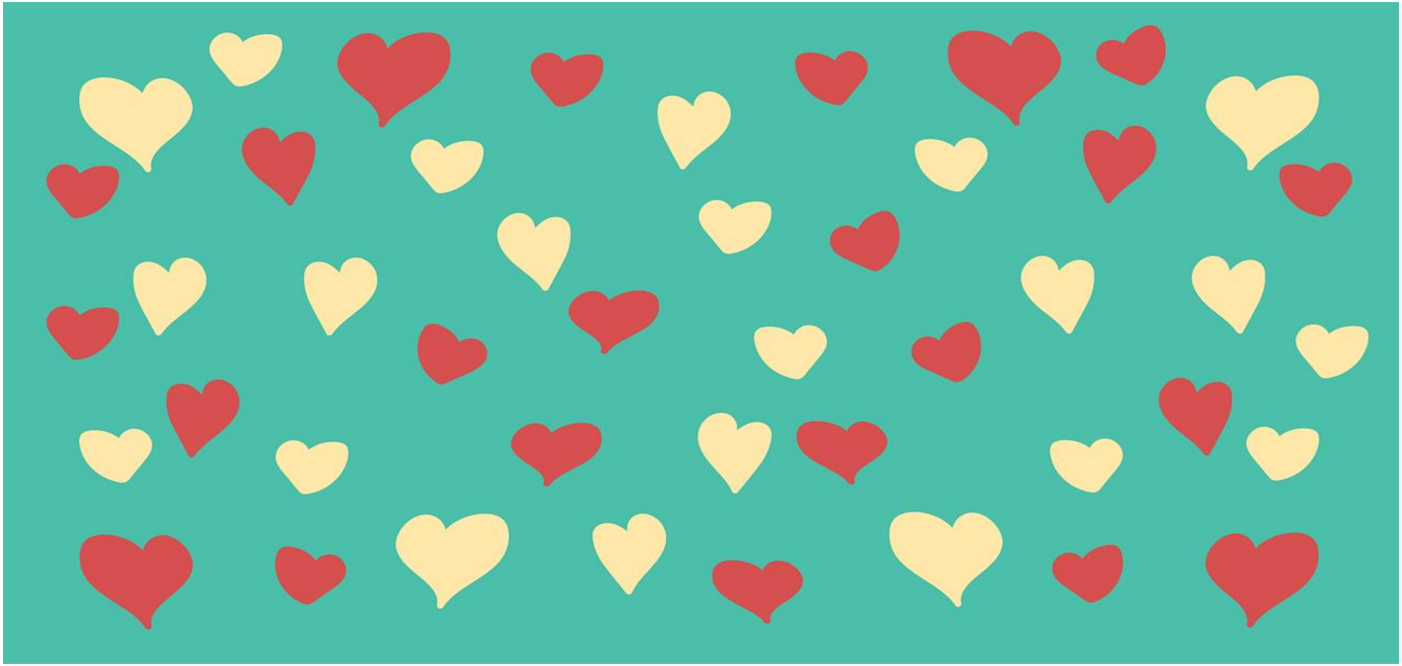
Aufgabe: Kreise immer **8** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.8. – Einkreisen von Mengen

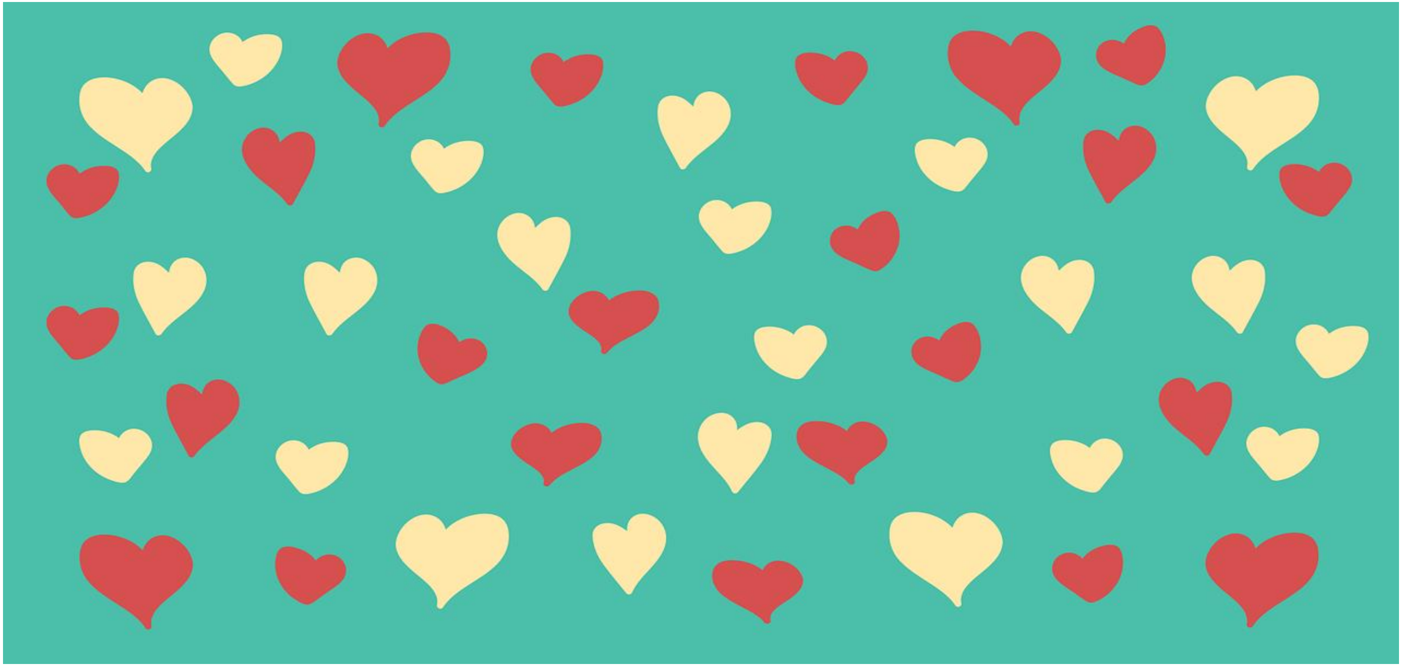
Aufgabe: Kreise immer **9** ♡ ein!



Wie viele ♡ bleiben übrig?

A.9. – Einkreisen von Mengen

Aufgabe: Kreise immer **10** ♡ ein!

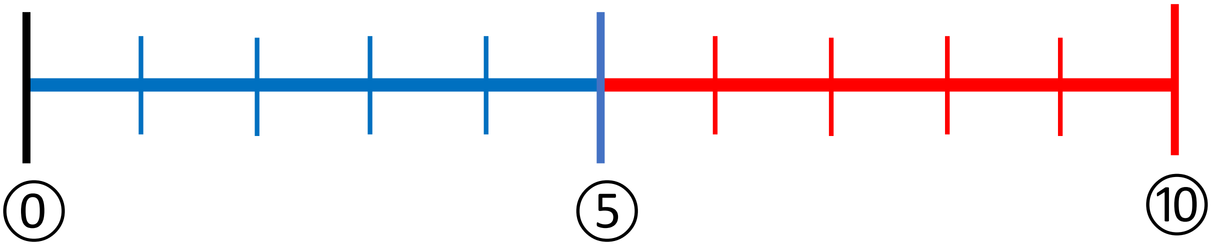


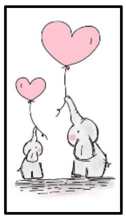
Wie viele ♡ bleiben übrig?

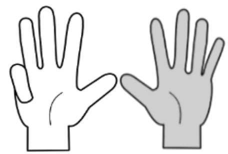
B.1. – Zuordnen von Mengen (bis 10)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



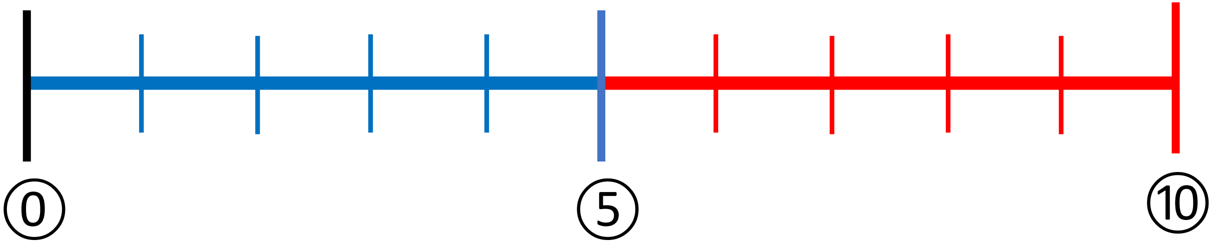


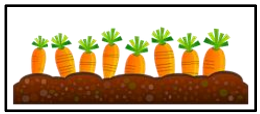


B.2. – Zuordnen von Mengen (bis 10)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.

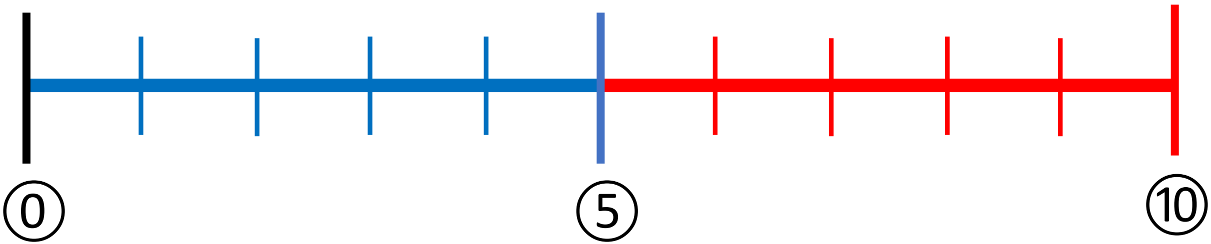




B.3. – Zuordnen von Mengen (bis 10)

Aufgabe:

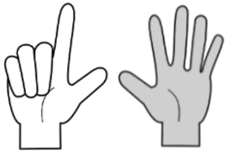
Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.

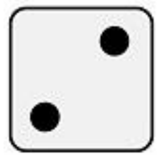


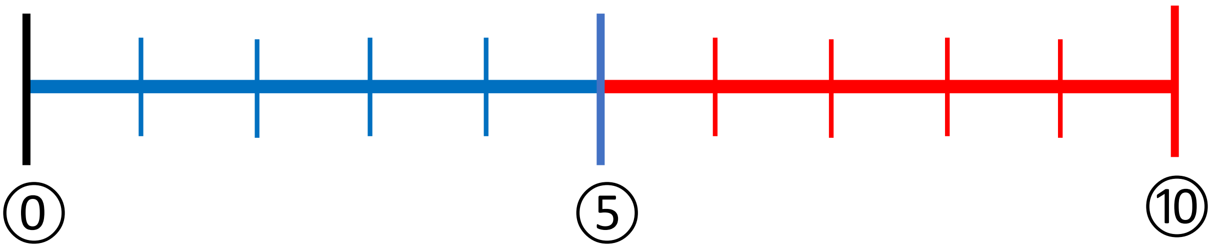
B.4. – Zuordnen von Mengen (bis 10)

<u>Aufgabe:</u>

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



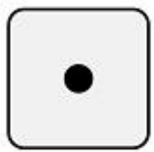


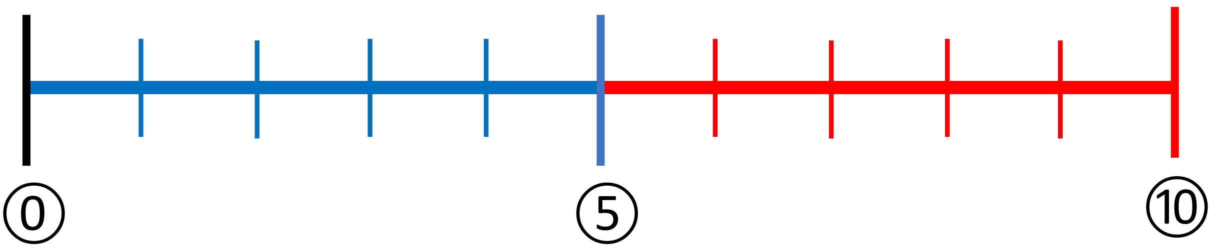


B.5. – Zuordnen von Mengen (bis 10)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.

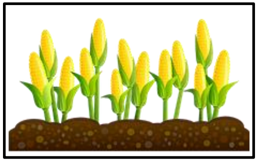


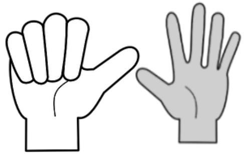


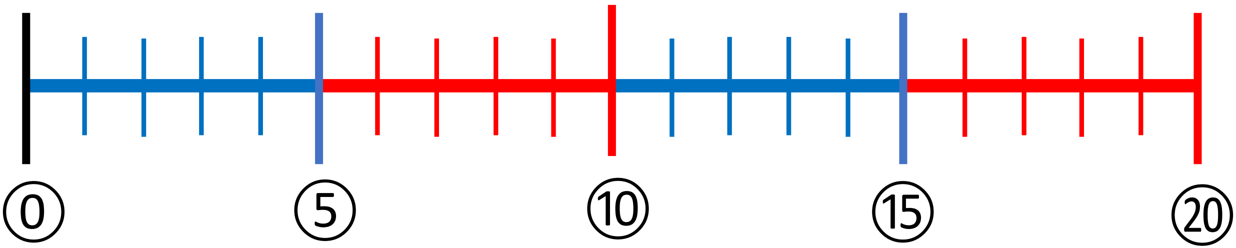
B.6. – Zuordnen von Mengen (bis 20)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



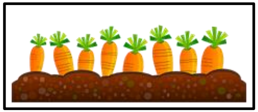


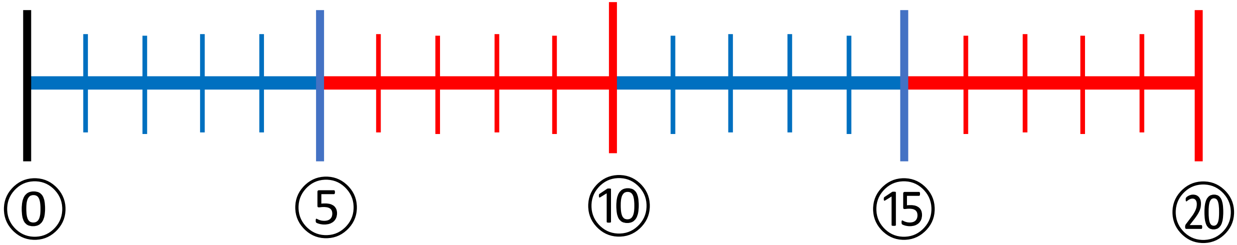


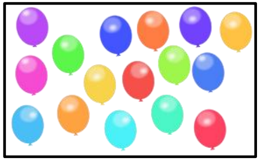
B.7. – Zuordnen von Mengen (bis 20)

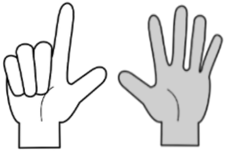
Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.

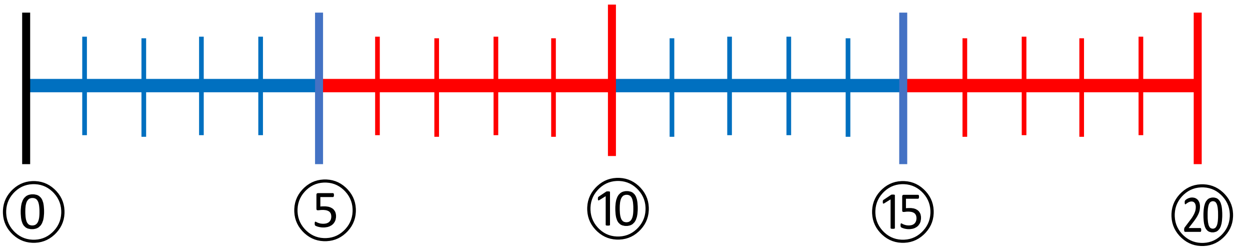


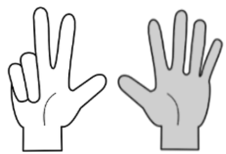


B.8. – Zuordnen von Mengen (bis 20)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



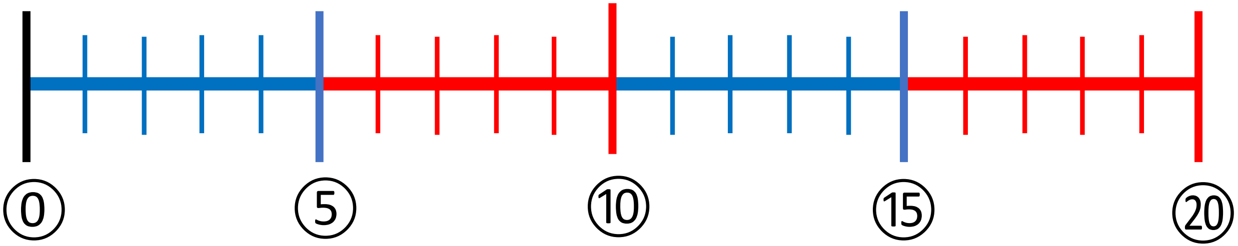


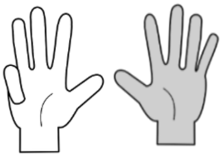
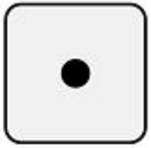
B.9. – Zuordnen von Mengen (bis 20)

<u>Aufgabe:</u>

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



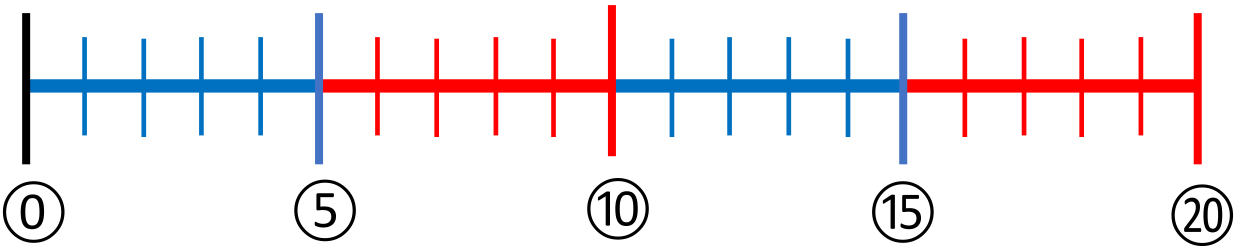


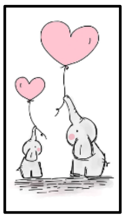




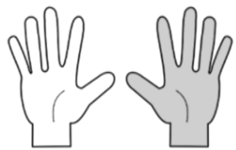
B.10. – Zuordnen von Mengen (bis 20)

Aufgabe:

Zu welcher Zahl passen die Bilder? Verbinde sie mit der dazugehörigen Zahl auf dem Zahlenstrahl.



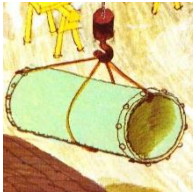




C.1. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)

Aufgabe:

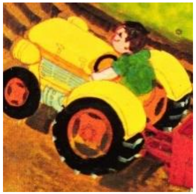
Zähle die Gegenstände auf dem großen Bild. Schreibe deine gezählte Zahl in das Kästchen, male so viele Punkte im 20er-Feld aus und kreuze die größte Zahl an.



C.2. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)

Aufgabe:

Zähle die Gegenstände auf dem großen Bild. Schreibe deine gezählte Zahl in das Kästchen, male so viele Punkte im 20er-Feld aus und kreuze die größte Zahl an.



C.3. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)

Aufgabe:

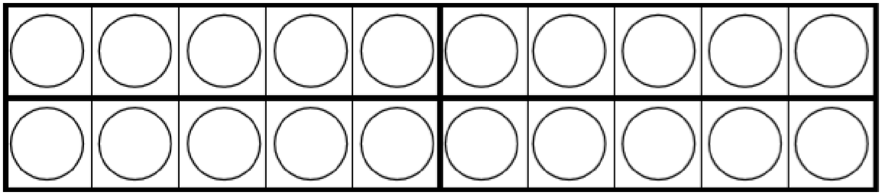
Zähle die Gegenstände auf dem großen Bild. Schreibe deine gezählte Zahl in das Kästchen, male so viele Punkte im 20er-Feld aus und kreuze die größte Zahl an.

D.1. – Abzählen von Teilmengen

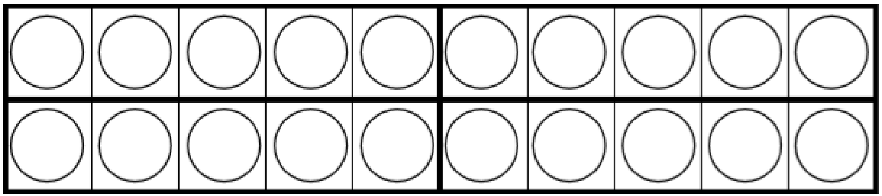
Mission:

Ihr habt einen wichtigen Auftrag von einer Baufirma. Ihr sollt Holzstäbe zum Bauen liefern. Dafür zählt ihr von euren ganzen Holzstäben immer die bestellte Anzahl ab. Malt nun so viele Punkte im 20er-Feld aus und macht für jeden Stab ein Strich im Kästchen für eure Bestellliste.

8



12

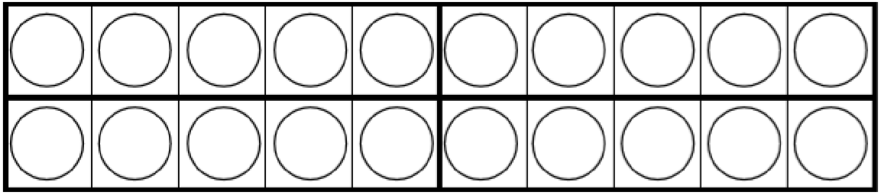


D.2. – Abzählen von Teilmengen

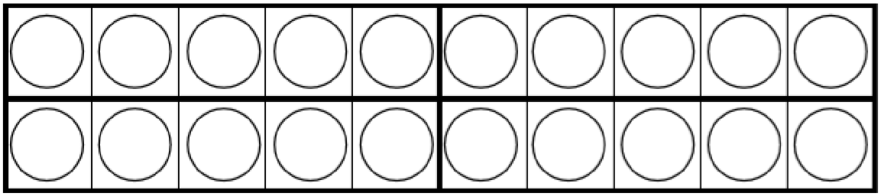
Mission:

Ihr habt einen wichtigen Auftrag von einer Baufirma. Ihr sollt Holzstäbe zum Bauen liefern. Dafür zählt ihr von euren ganzen Holzstäben immer die bestellte Anzahl ab. Malt nun so viele Punkte im 20er-Feld aus und macht für jeden Stab ein Strich im Kästchen für eure Bestellliste.

5



15

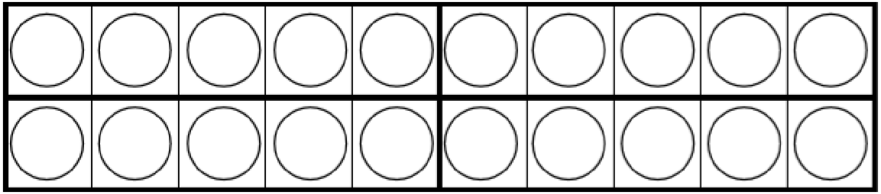


D.3. – Abzählen von Teilmengen

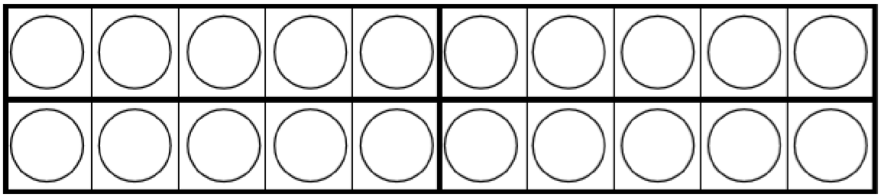
Mission:

Ihr habt einen wichtigen Auftrag von einer Baufirma. Ihr sollt Holzstäbe zum Bauen liefern. Dafür zählt ihr von euren ganzen Holzstäben immer die bestellte Anzahl ab. Malt nun so viele Punkte im 20er-Feld aus und macht für jeden Stab ein Strich im Kästchen für eure Bestellliste.

14



19

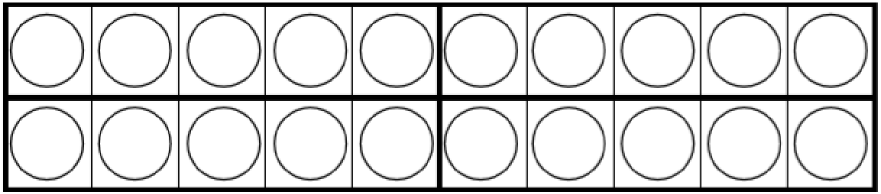


D.4. – Abzählen von Teilmengen

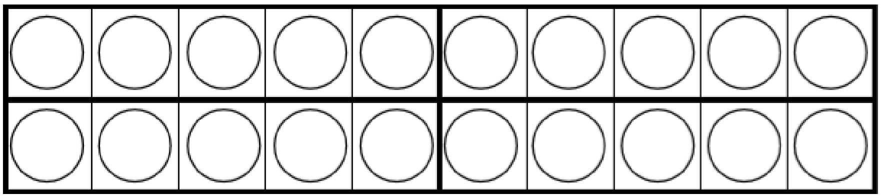
<u>Mission:</u>

Ihr habt einen wichtigen Auftrag von einer Baufirma. Ihr sollt Holzstäbe zum Bauen liefern. Dafür zählt ihr von euren ganzen Holzstäben immer die bestellte Anzahl ab. Malt nun so viele Punkte im 20er-Feld aus und macht für jeden Stab ein Strich im Kästchen für eure Bestellliste.

10



20

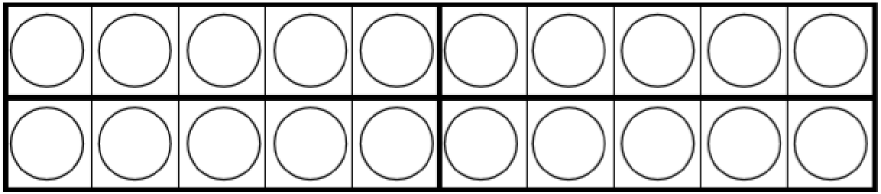


D.5. – Abzählen von Teilmengen

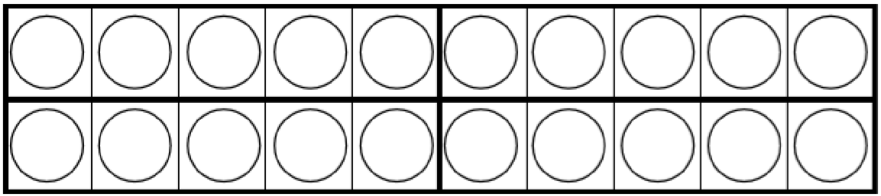
<u>Mission:</u>

Ihr habt einen wichtigen Auftrag von einer Baufirma. Ihr sollt Holzstäbe zum Bauen liefern. Dafür zählt ihr von euren ganzen Holzstäben immer die bestellte Anzahl ab. Malt nun so viele Punkte im 20er-Feld aus und macht für jeden Stab ein Strich im Kästchen für eure Bestellliste.

17

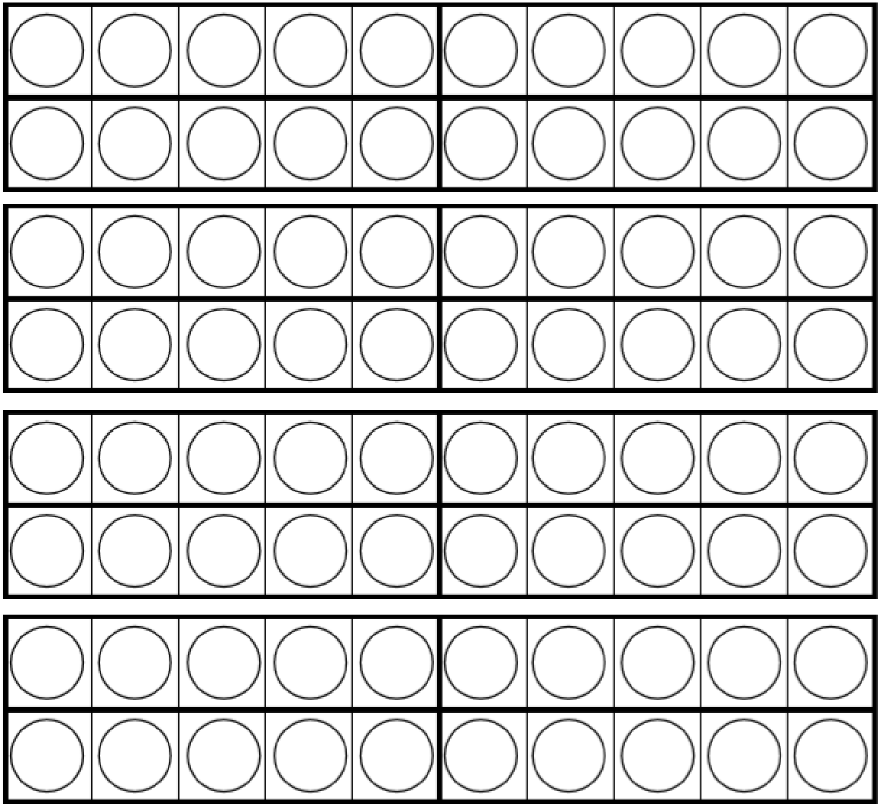


18



D.6. – Abzählen von Teilmengen

Mission: Denkt euch eigene Lieferaufträge für euren Partner aus!



B.6. – Zahlenweg (Zählrätsel)

7

B.7. – Zahlenweg (Zählrätsel)

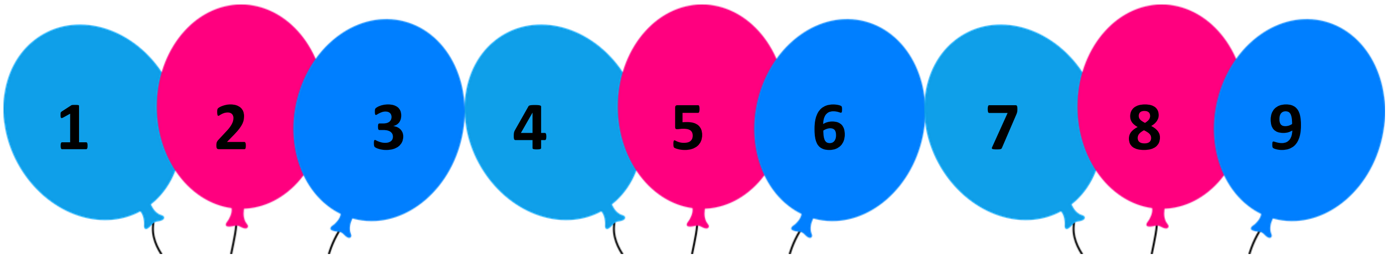
9

11

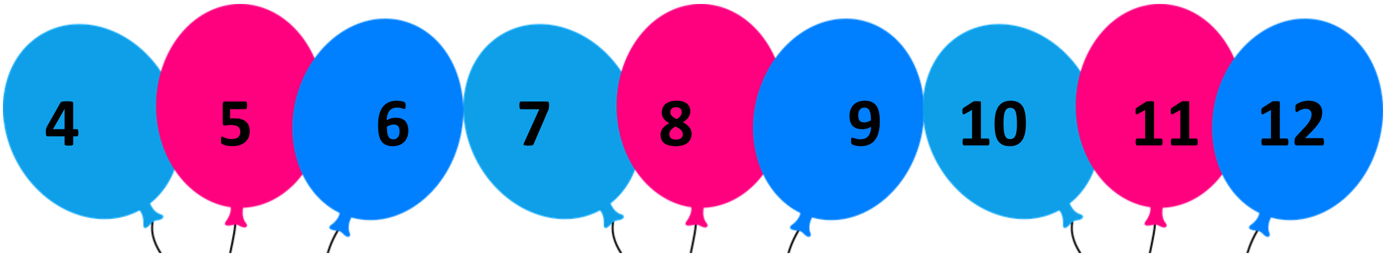
17

13

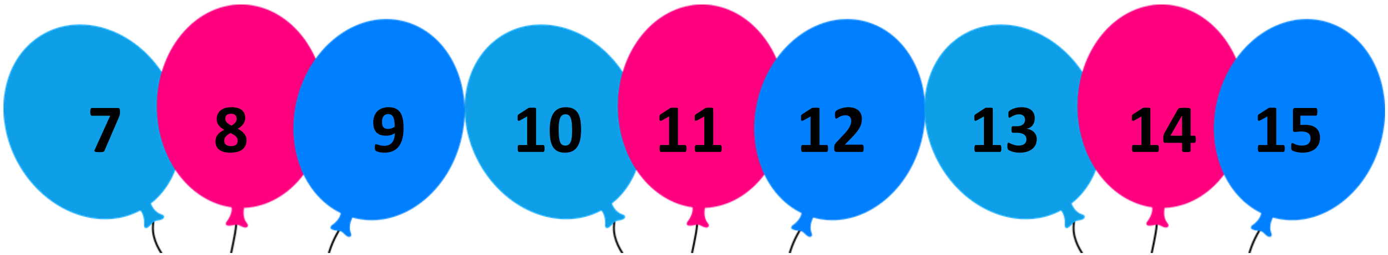
C.1. – Zahlenketten (vorwärts)



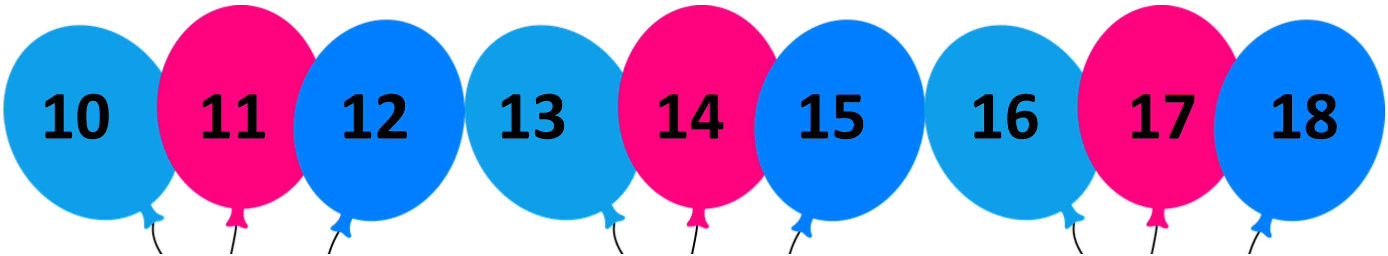
C.2. – Zahlenketten (vorwärts)



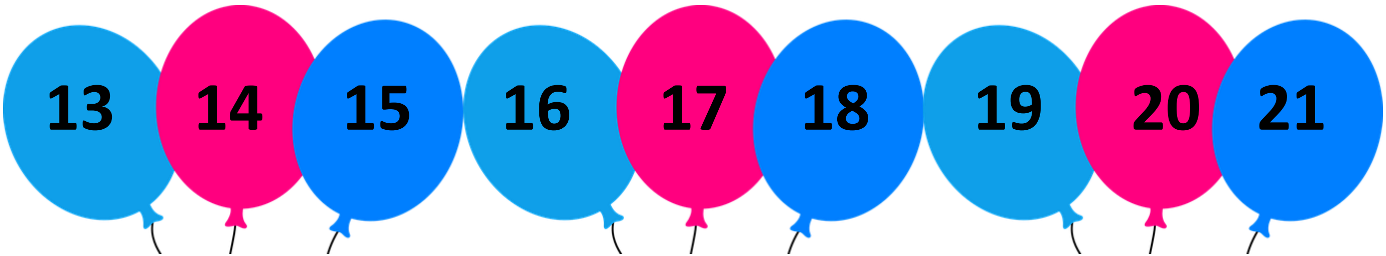
C.3. – Zahlenketten (vorwärts)



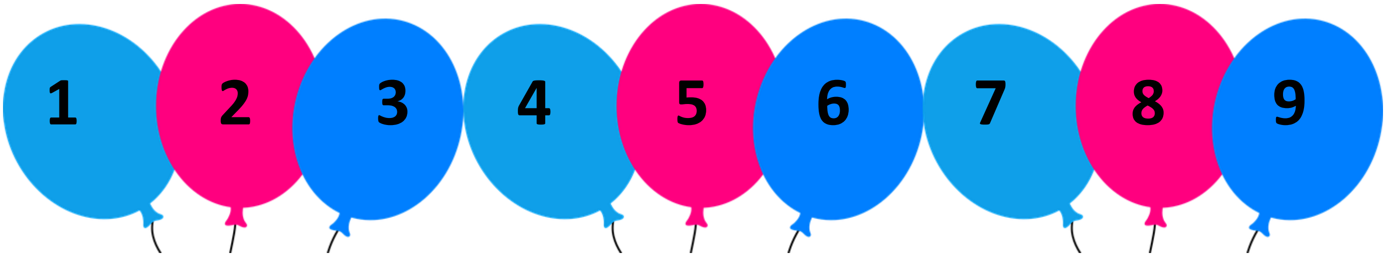
C.4. – Zahlenketten (vorwärts)



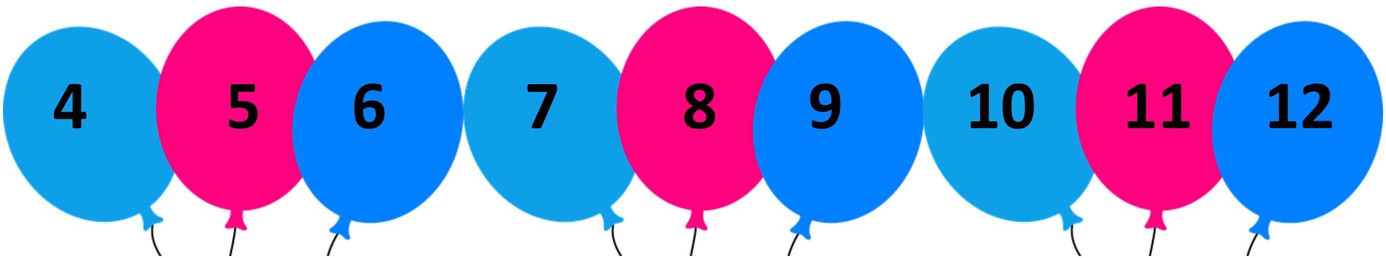
C.5. – Zahlenketten (vorwärts)



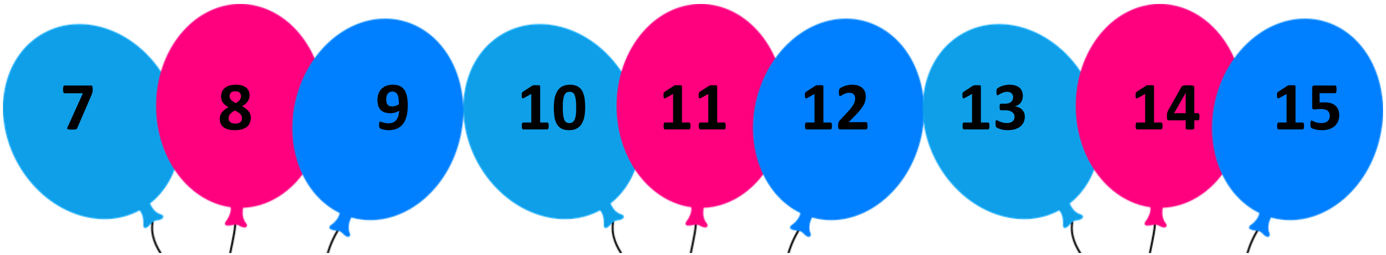
C.6. – Zahlenketten (rückwärts)



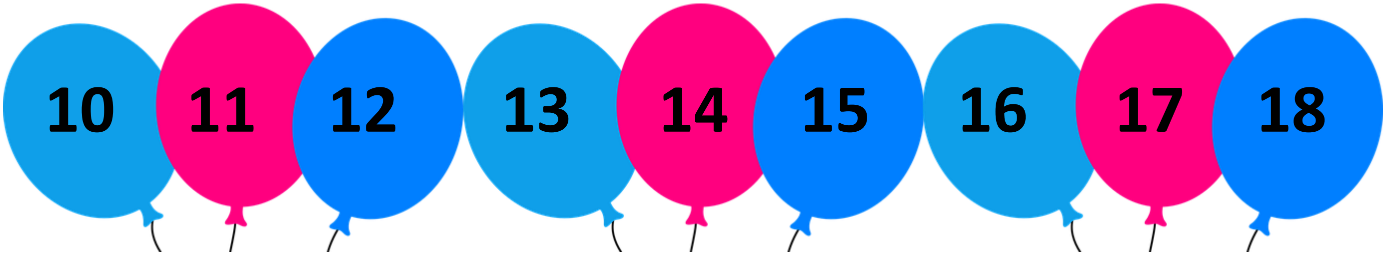
C.7. – Zahlenketten (rückwärts)



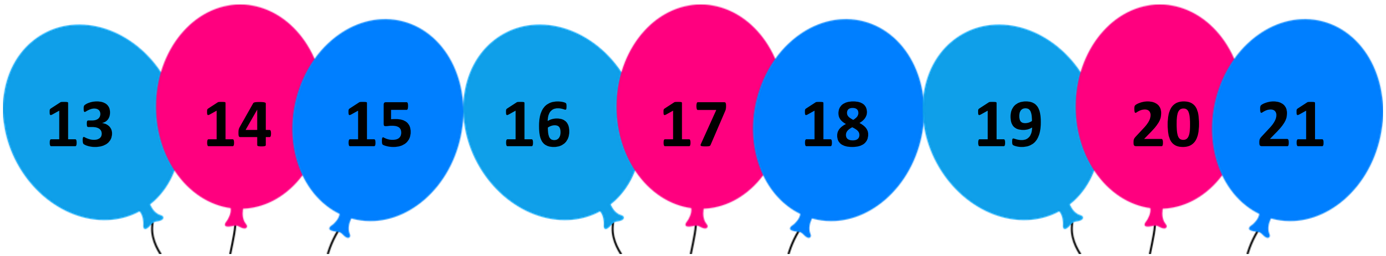
C.8. – Zahlenketten (rückwärts)



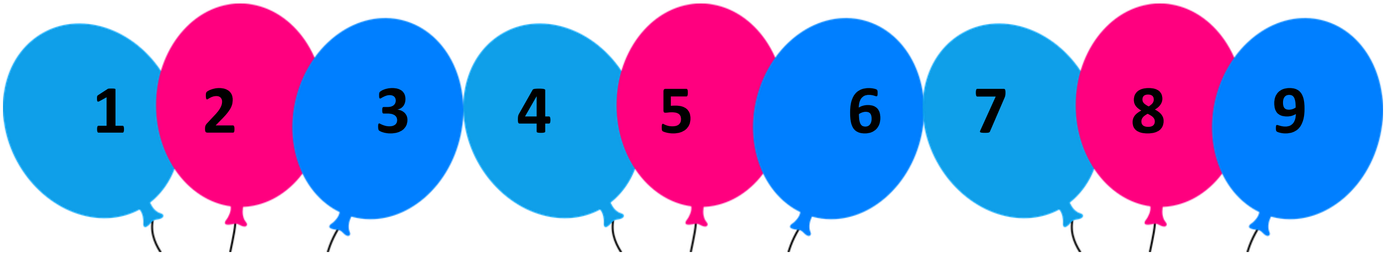
C.9. – Zahlenketten (rückwärts)



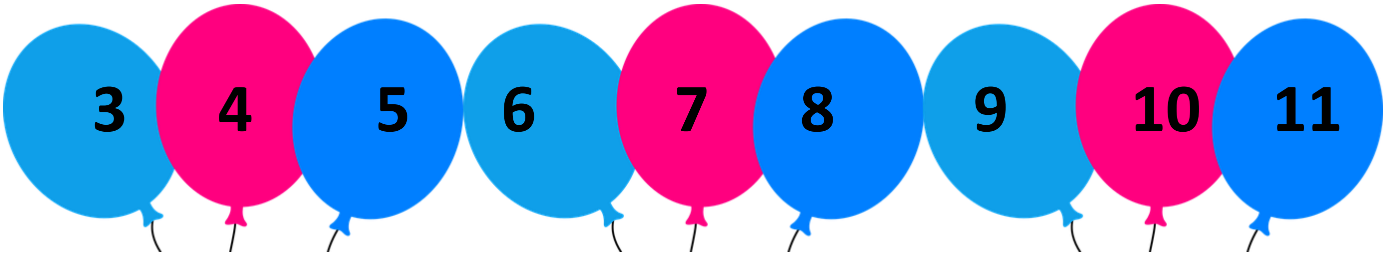
C.10. – **Zahlenketten** (rückwärts)



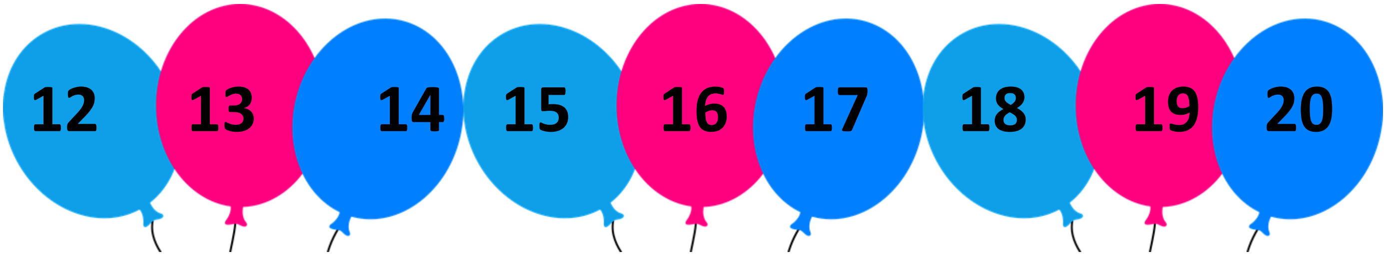
C.11. – Zahlenketten (Lücken)



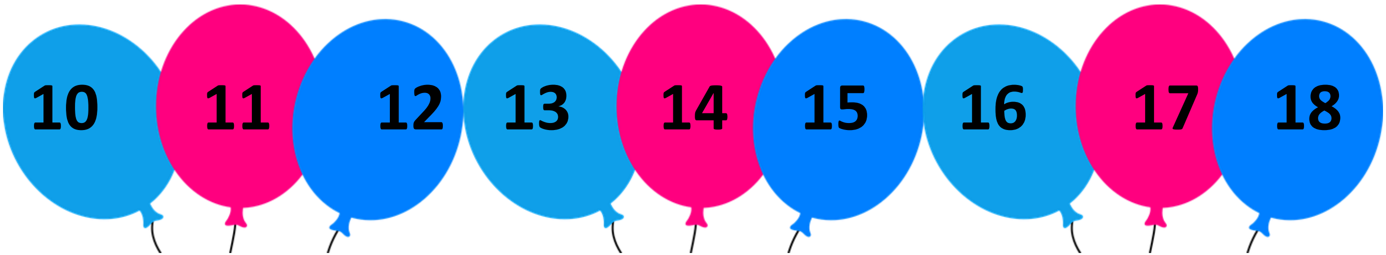
C.12. – Zahlenketten (Lücken)



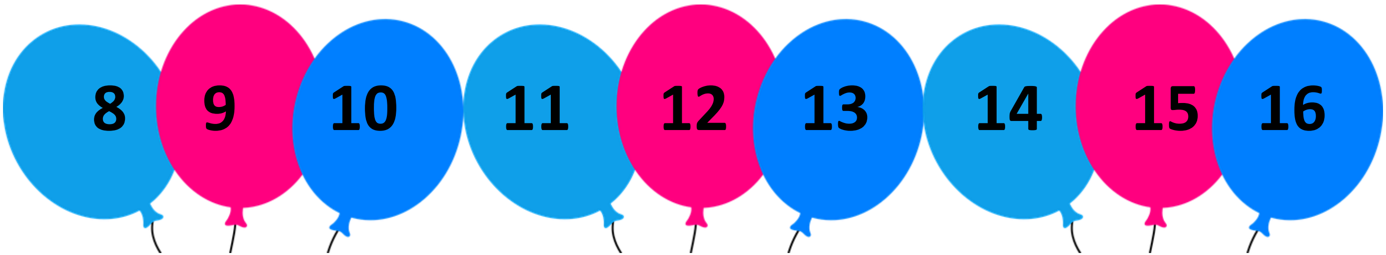
C.13. – Zahlenketten (Lücken)



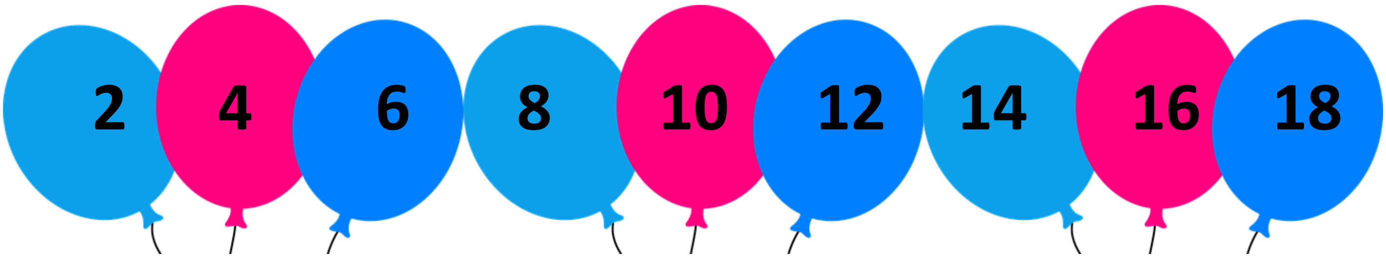
C.14. – Zahlenketten (Lücken)



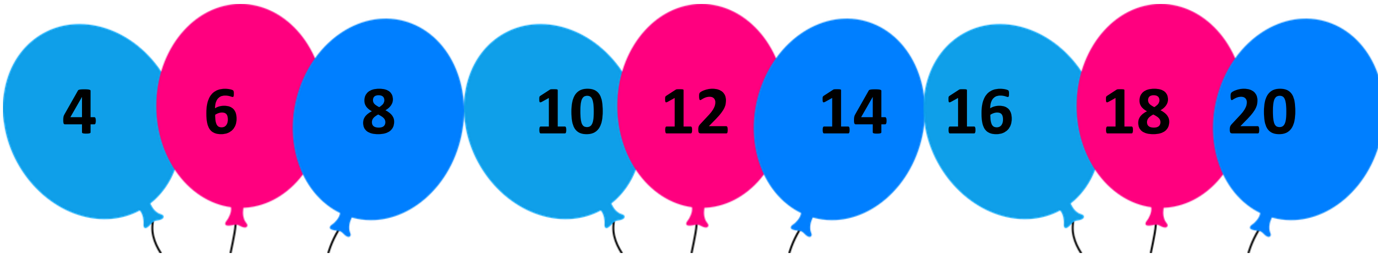
C.15. – Zahlenketten (Lücken)



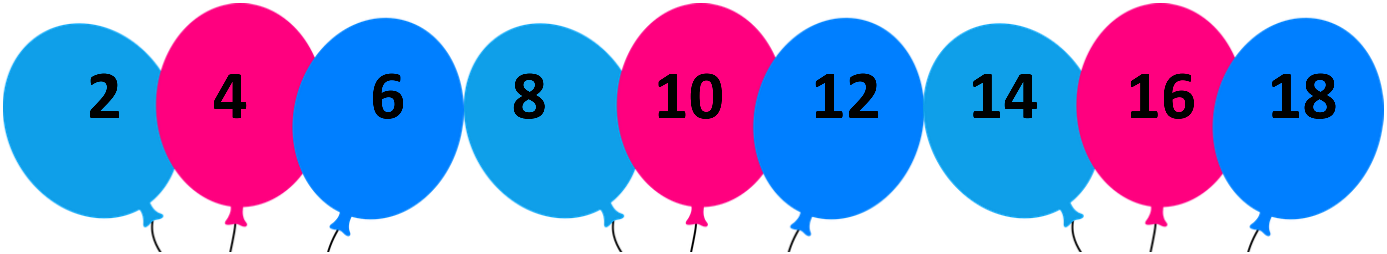
C.16. – Zahlenketten (Zweierschritte)



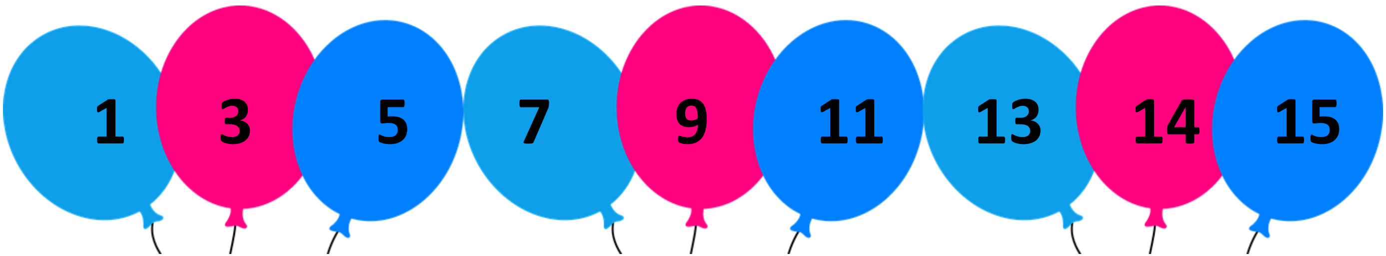
C.17. – Zahlenketten (Zweierschritte)



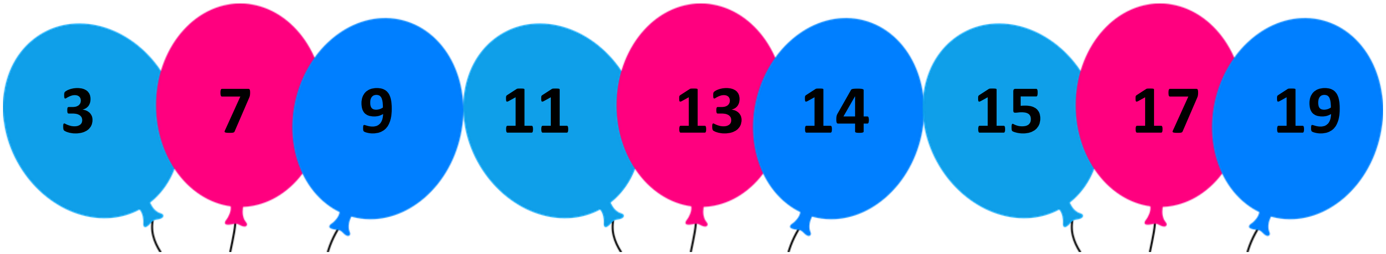
C.18. – Zahlenketten (Zweierschritte)



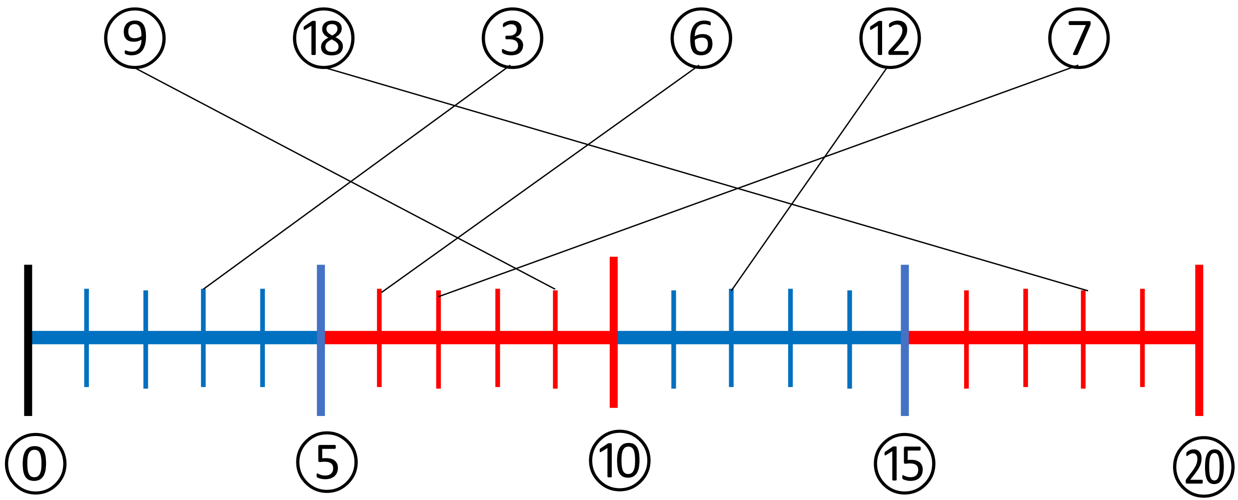
C.19. – Zahlenketten (Zweierschritte)



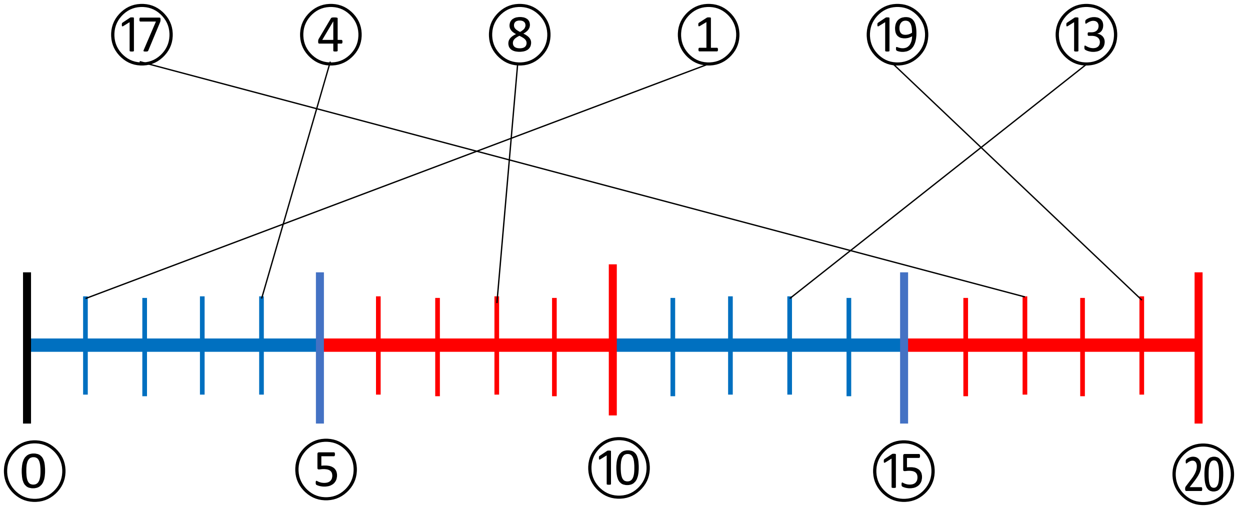
C.20. – Zahlenketten (Zweierschritte)



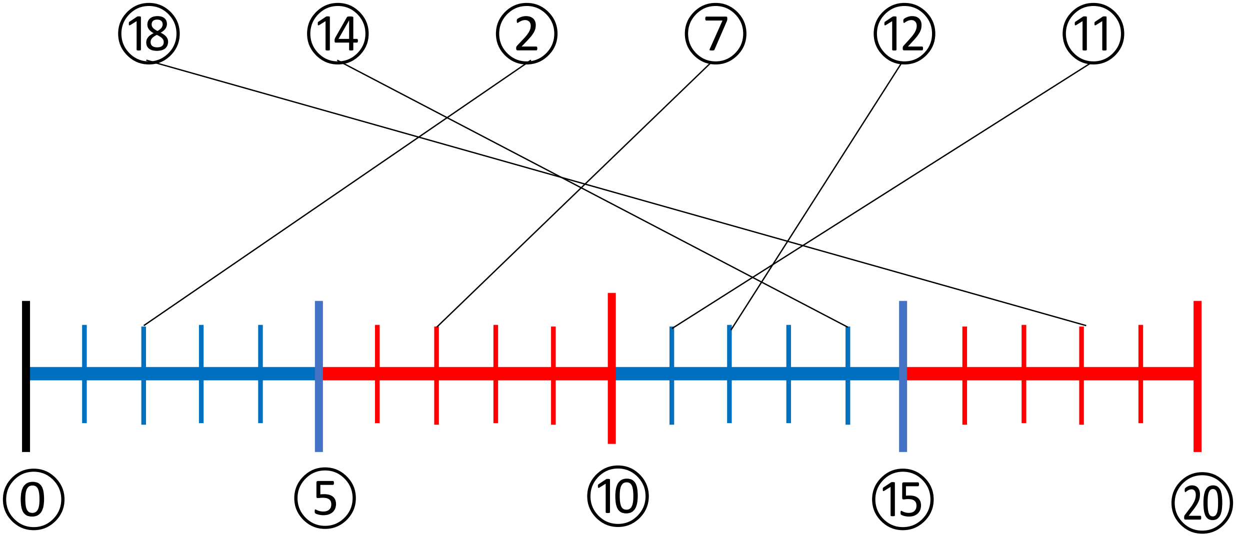
D.1. – Zahlenstrahl (verbinden)



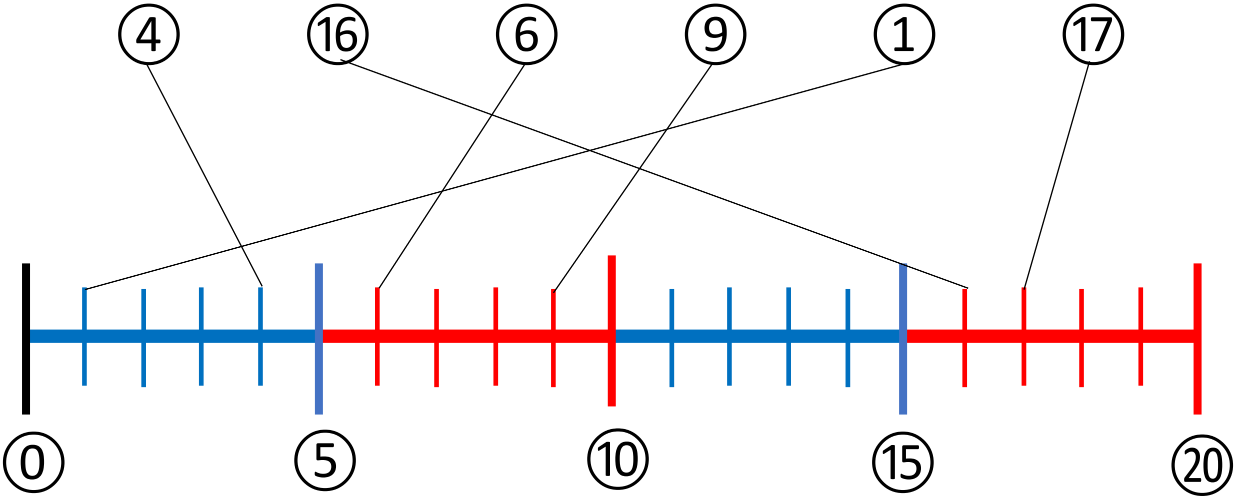
D.2. – Zahlenstrahl (verbinden)



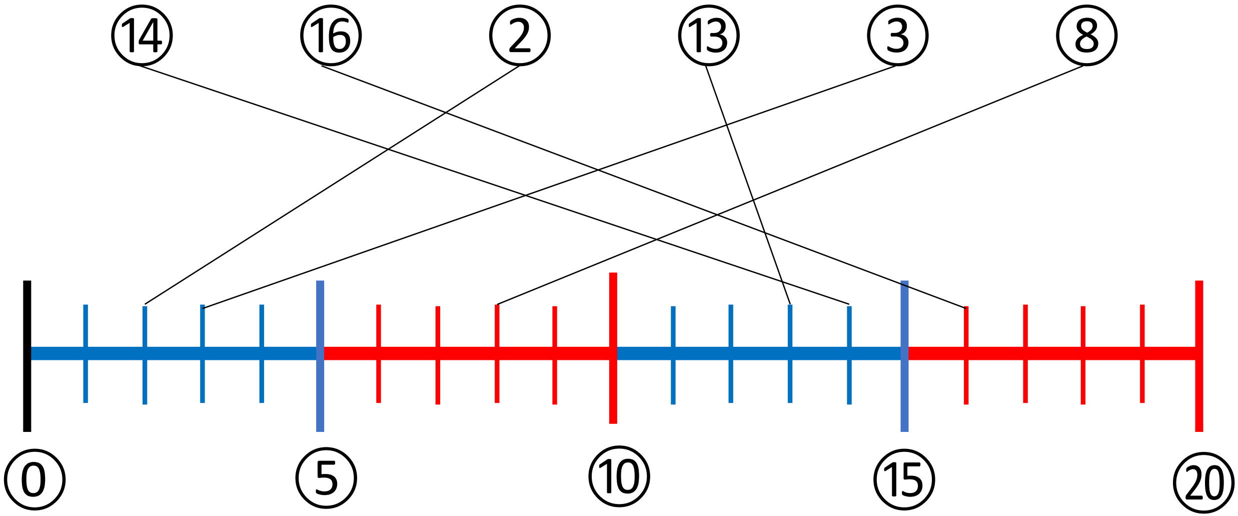
D.3. – Zahlenstrahl (verbinden)



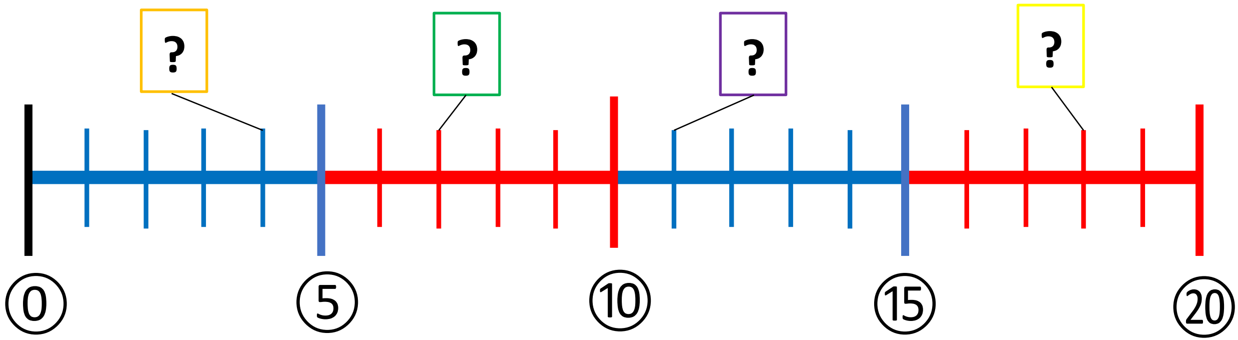
D.4. – Zahlenstrahl (verbinden)



D.5. – Zahlenstrahl (verbinden)



D.6. – Zahlenstrahl (ablesen)



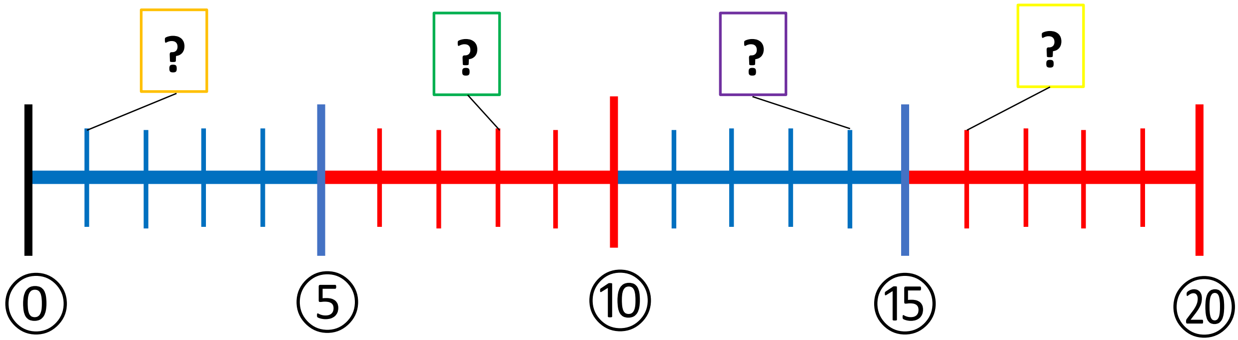
4

7

11

18

D.7. – Zahlenstrahl (ablesen)



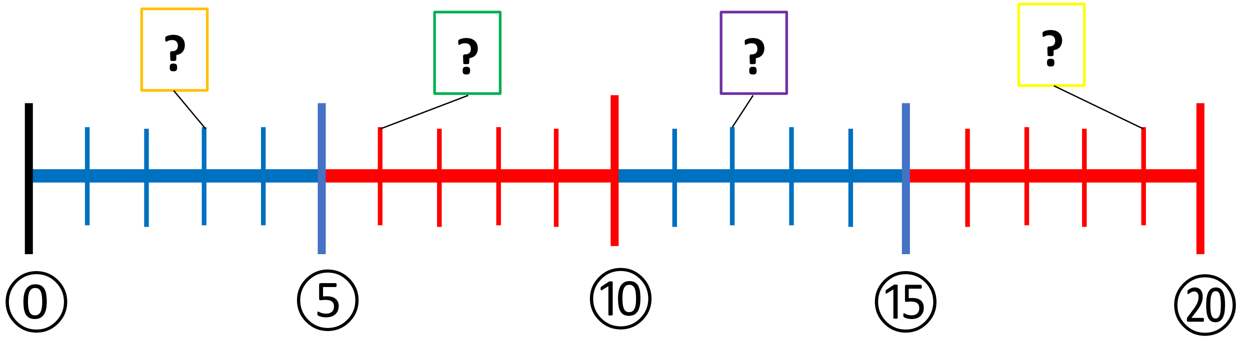
1

8

14

16

D.8. – Zahlenstrahl (ablesen)



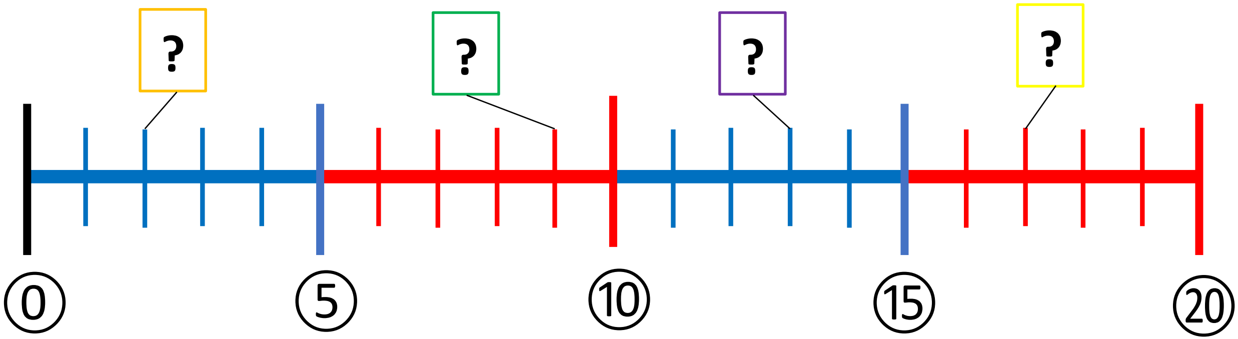
3

6

12

19

D.9. – Zahlenstrahl (ablesen)



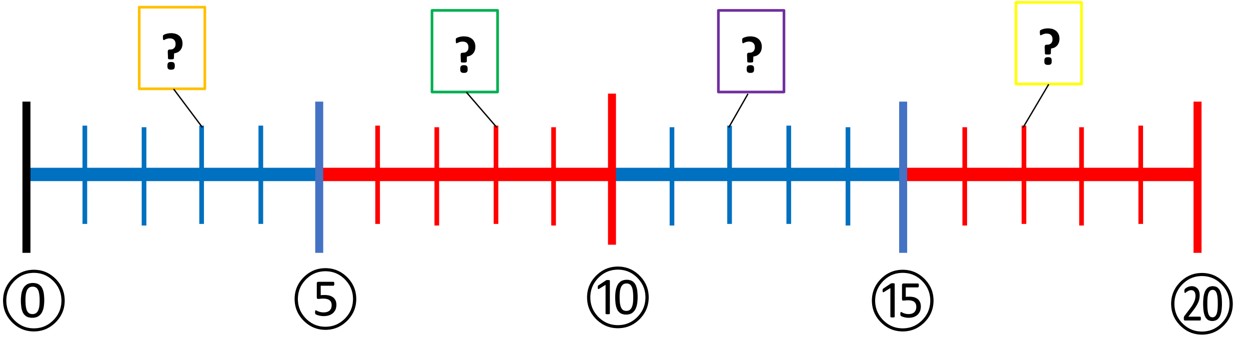
2

9

13

17

D.10. – Zahlenstrahl (ablesen)



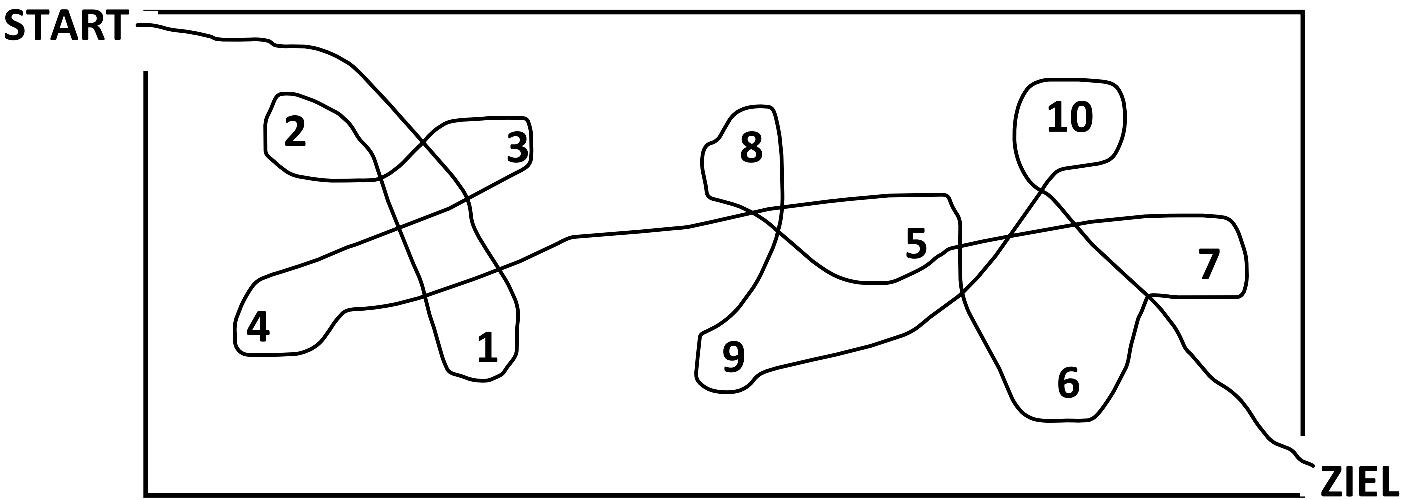
3

8

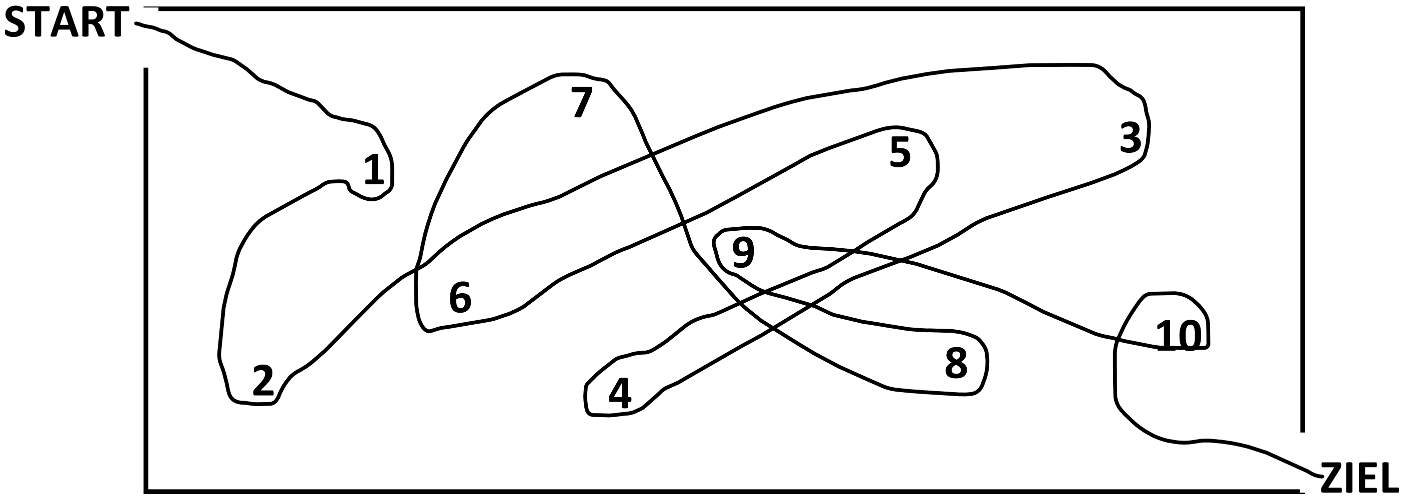
12

17

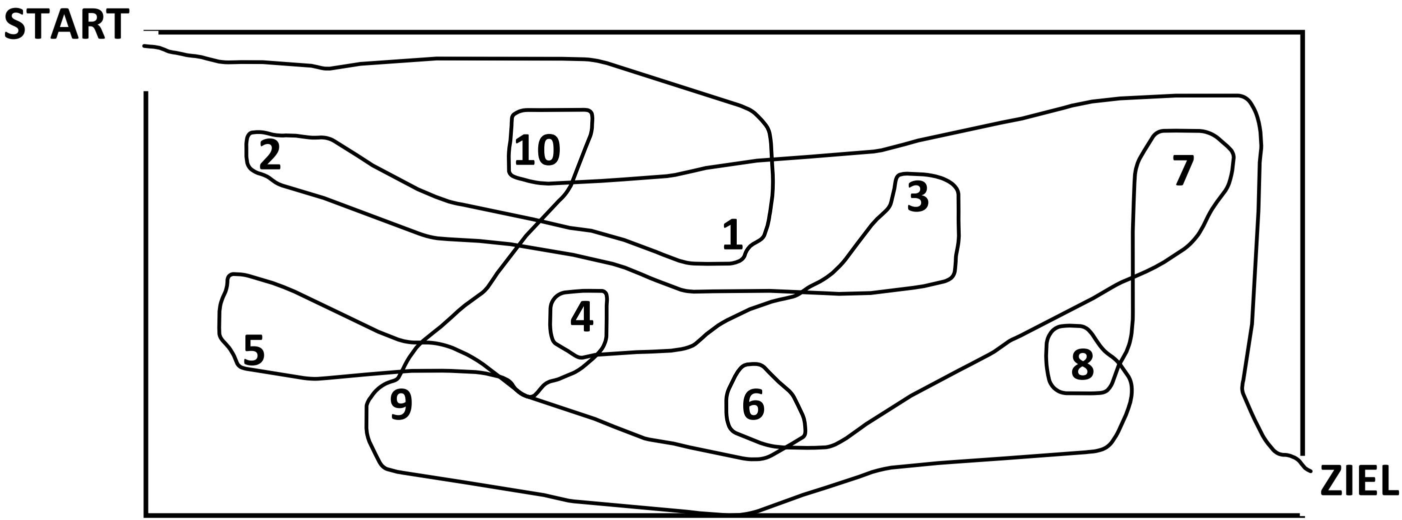
E.1. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)



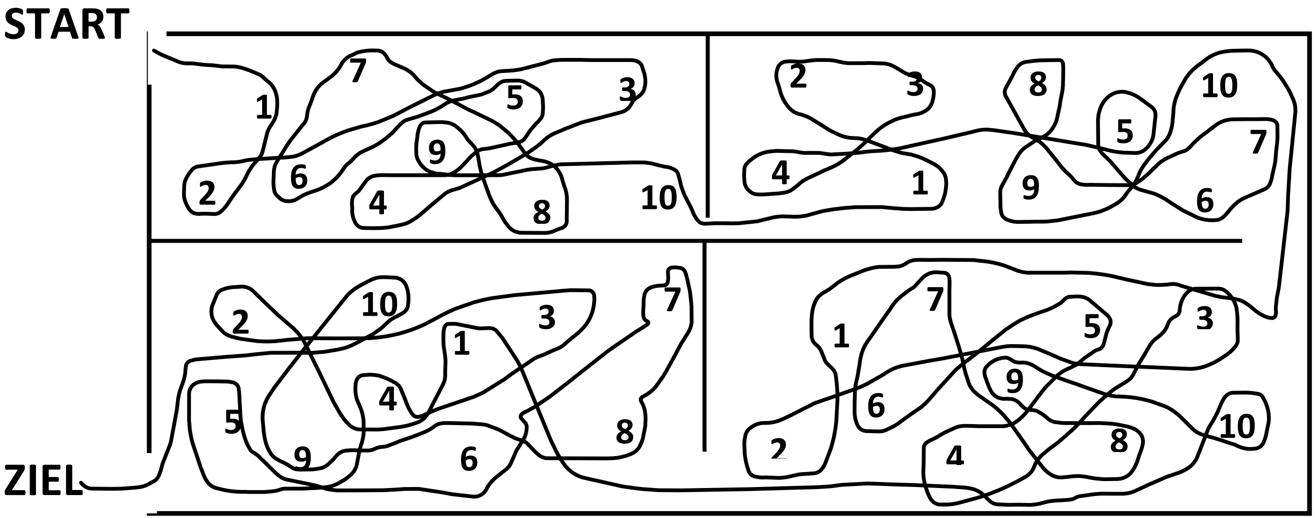
E.2. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)



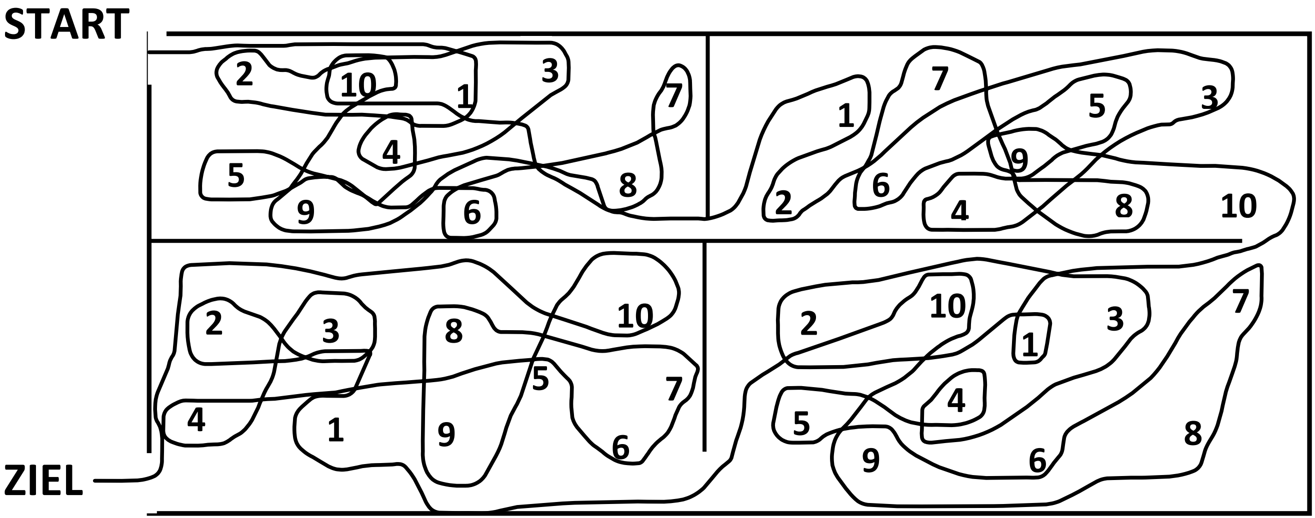
E.3. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 10)



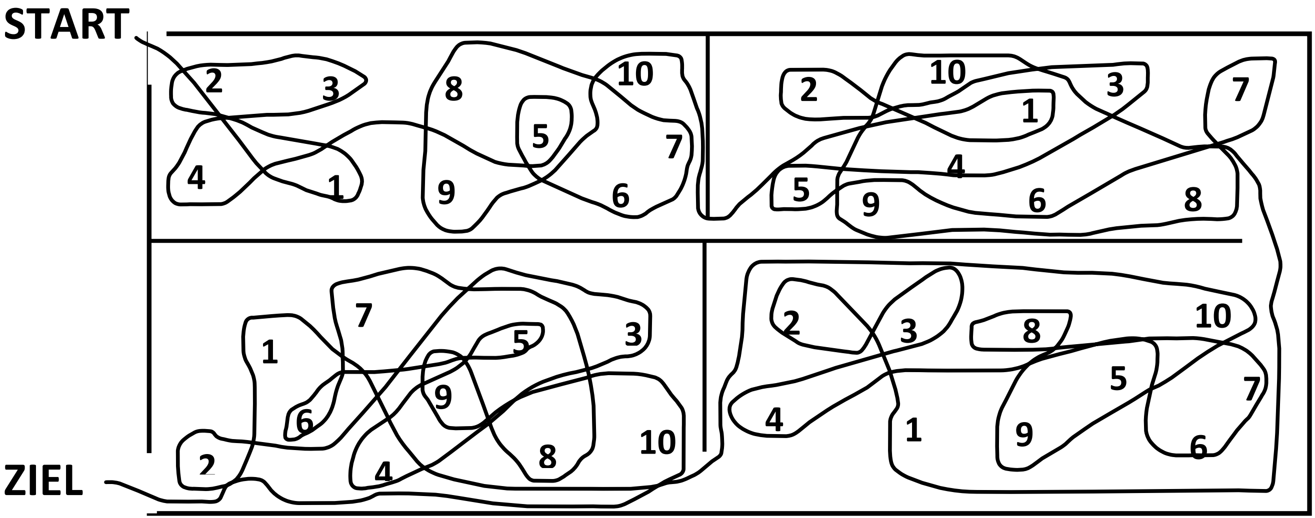
E.4. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)



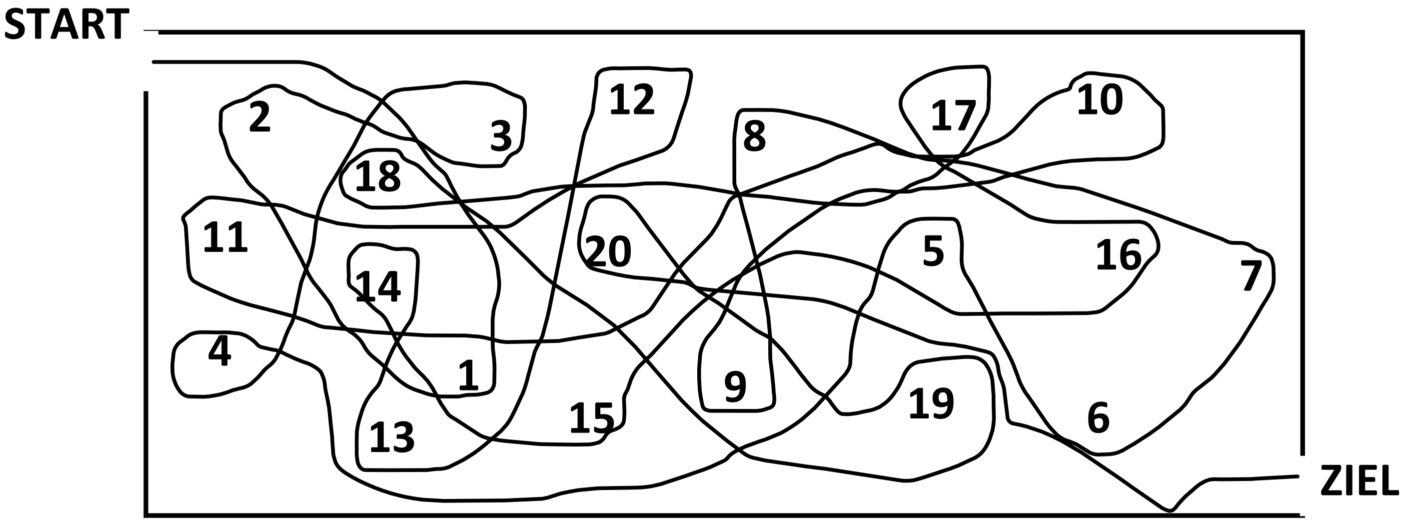
E.5. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)



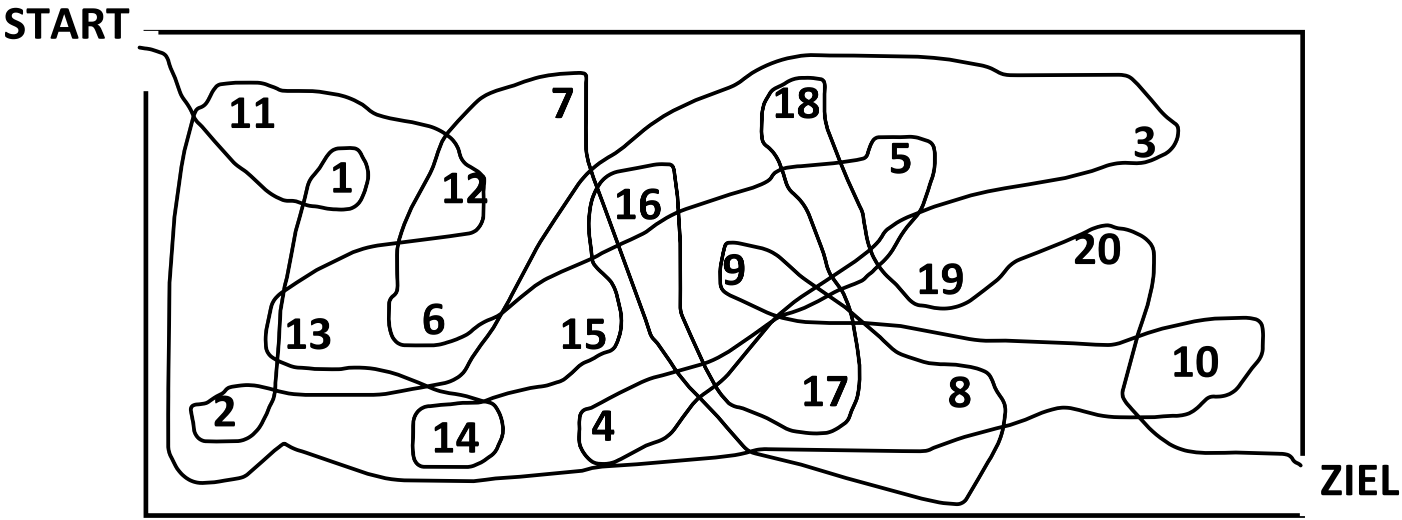
E.6. – Zahlenverbinden (4 Kasten bis 10)



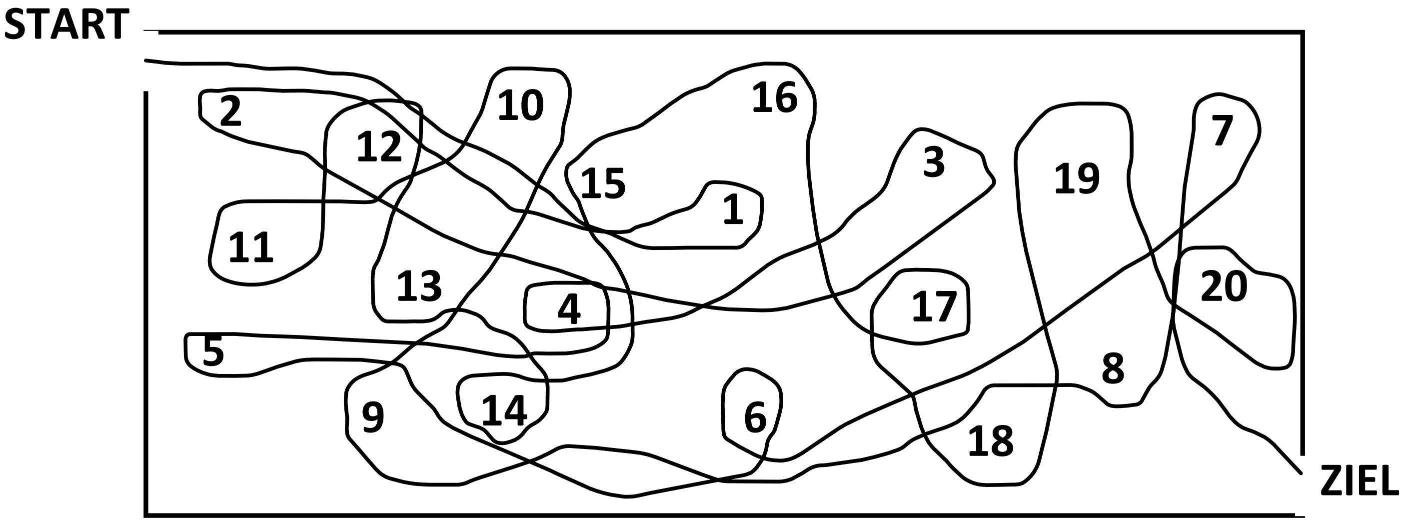
E.7. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)



E.8. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)

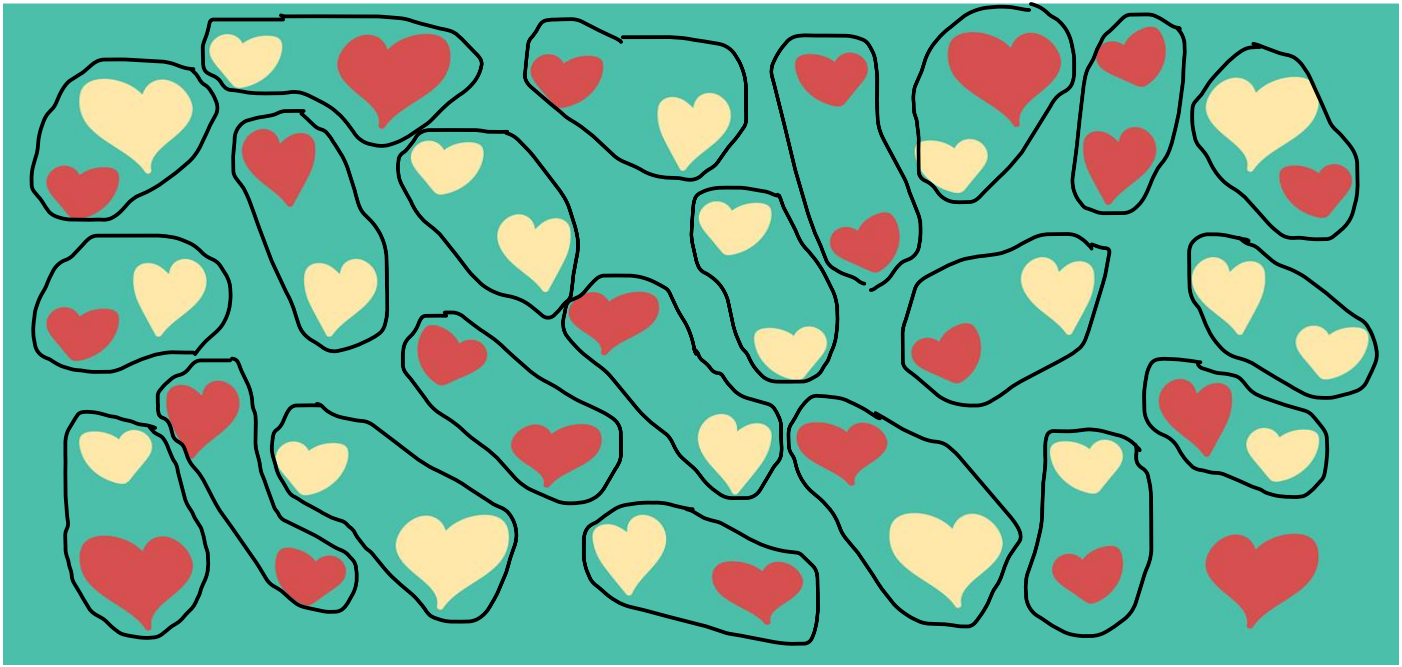


E.9. – Zahlenverbinden (1 Kasten bis 20)



A.1. – Einkreisen von Mengen

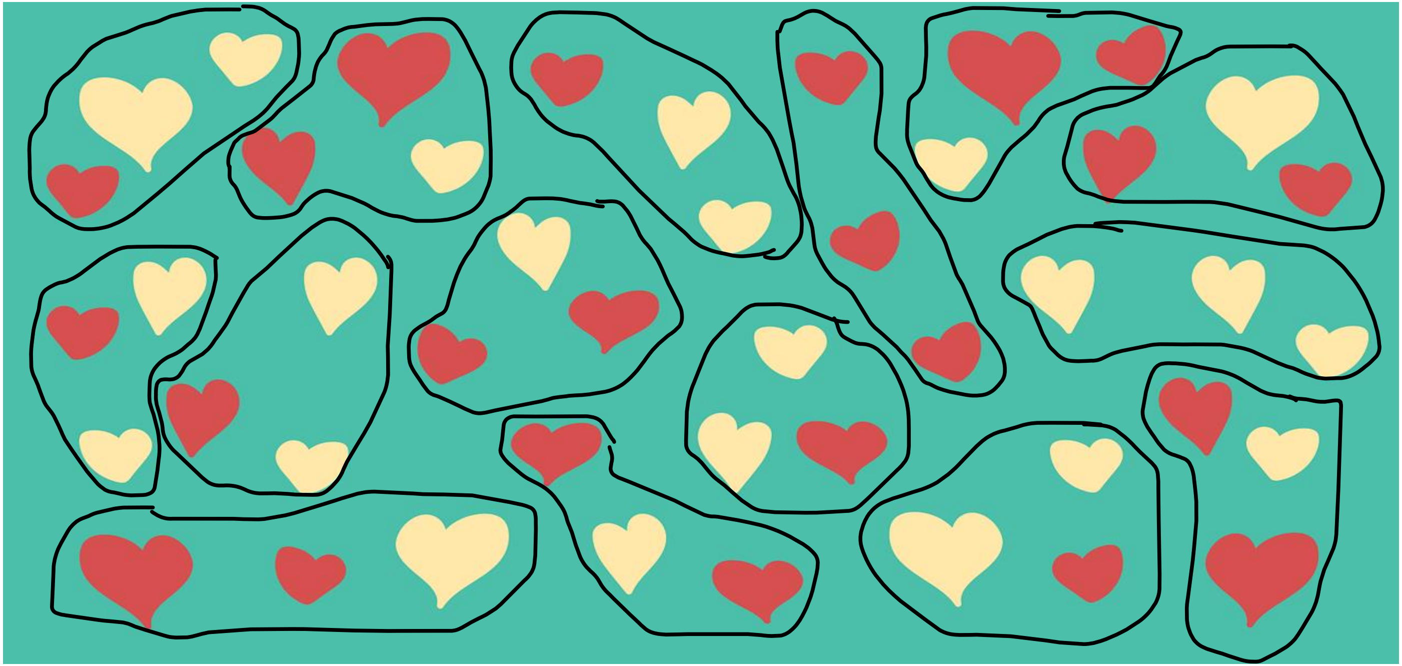
2



♡ | 1

A.2. – Einkreisen von Mengen

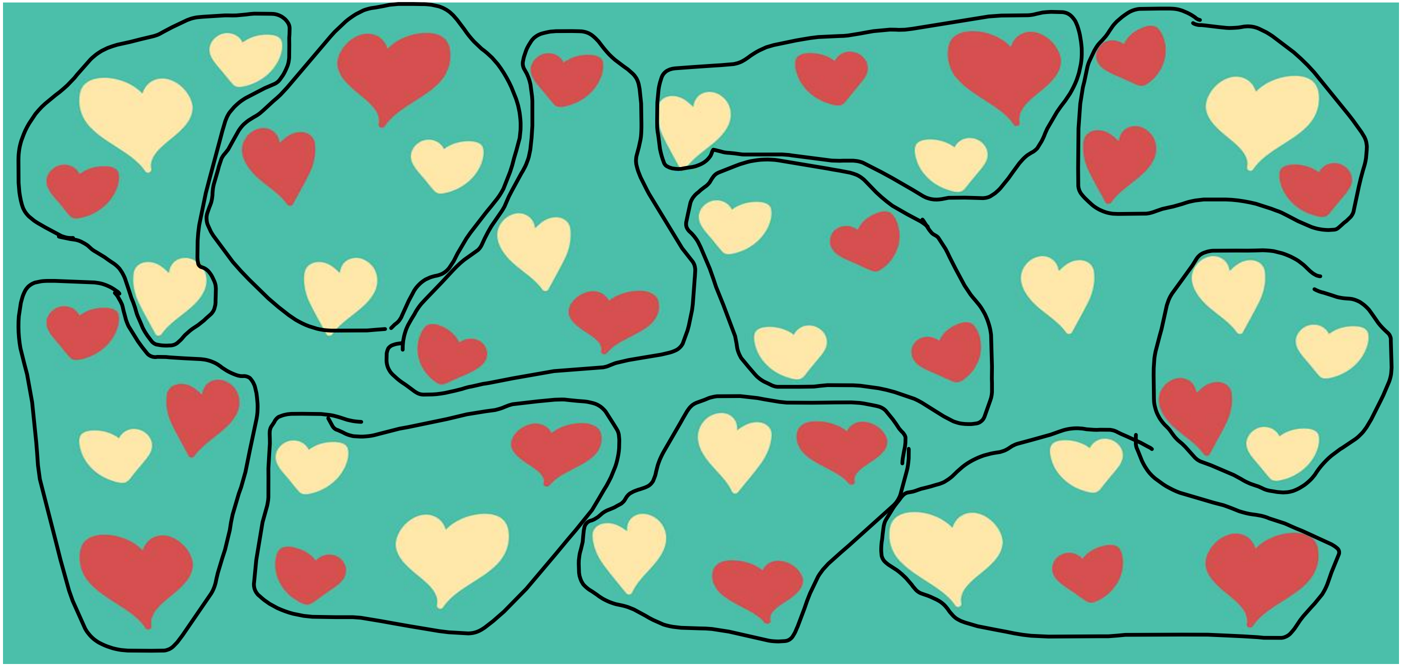
3



♡ **0**

A.3. – Einkreisen von Mengen

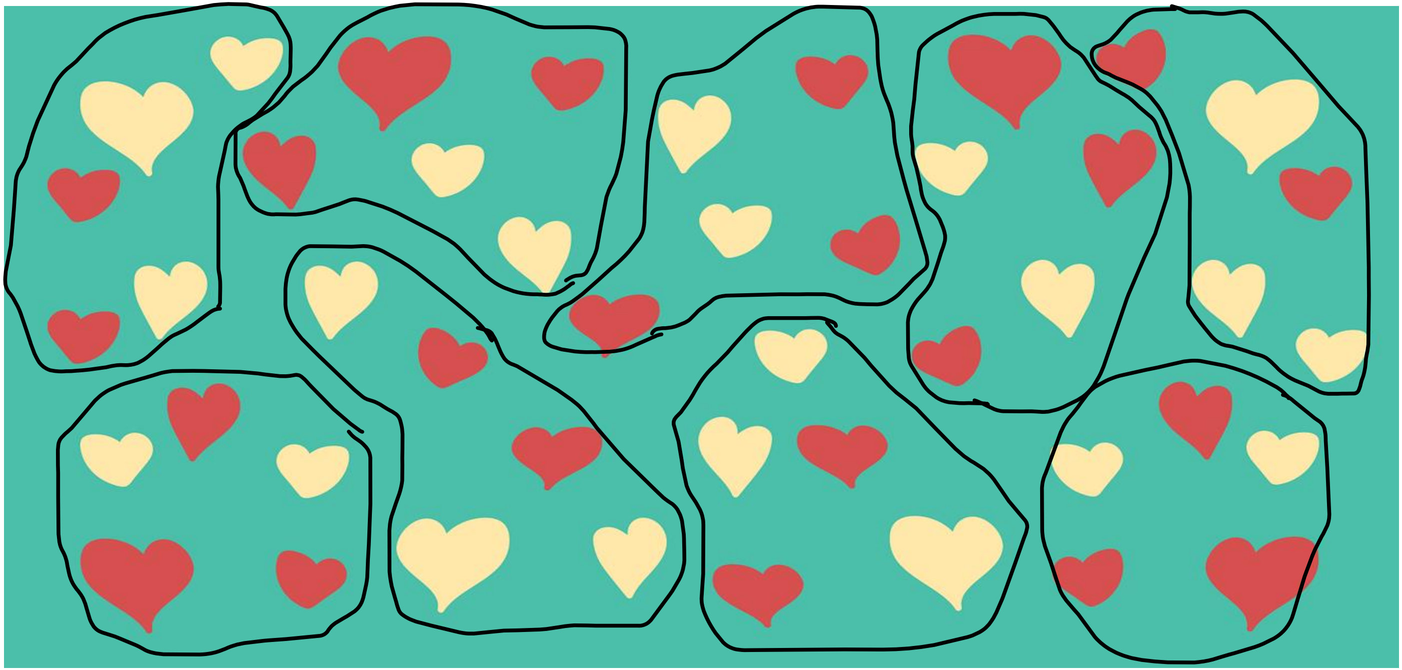
4



♡ **1**

A.4. – Einkreisen von Mengen

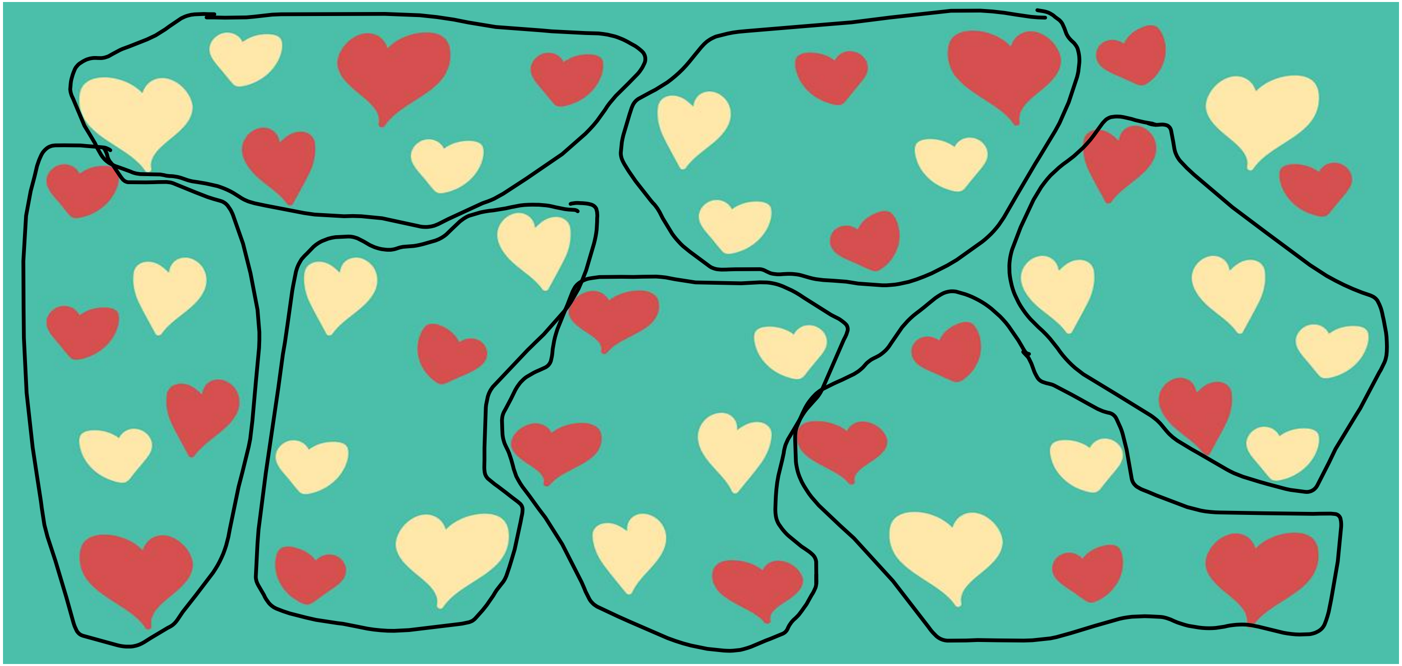
5



♡ **0**

A.5. – Einkreisen von Mengen

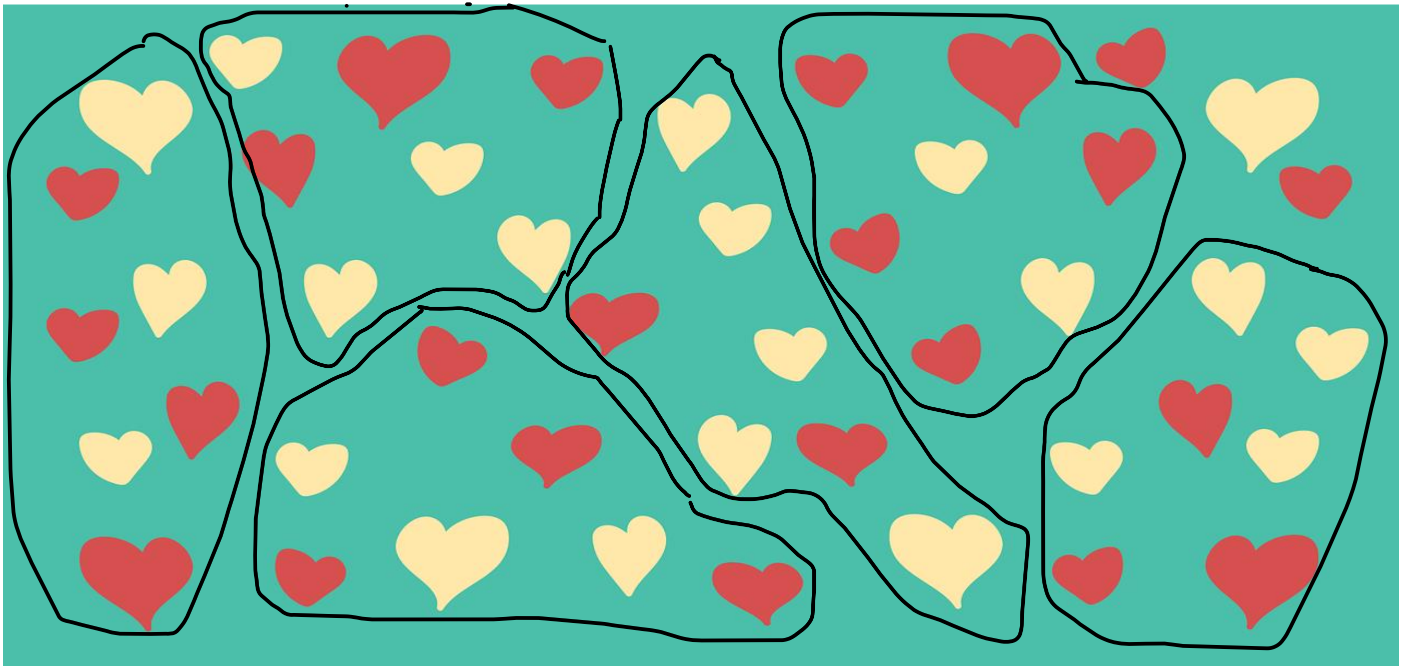
6



♡ **3**

A.6. – Einkreisen von Mengen

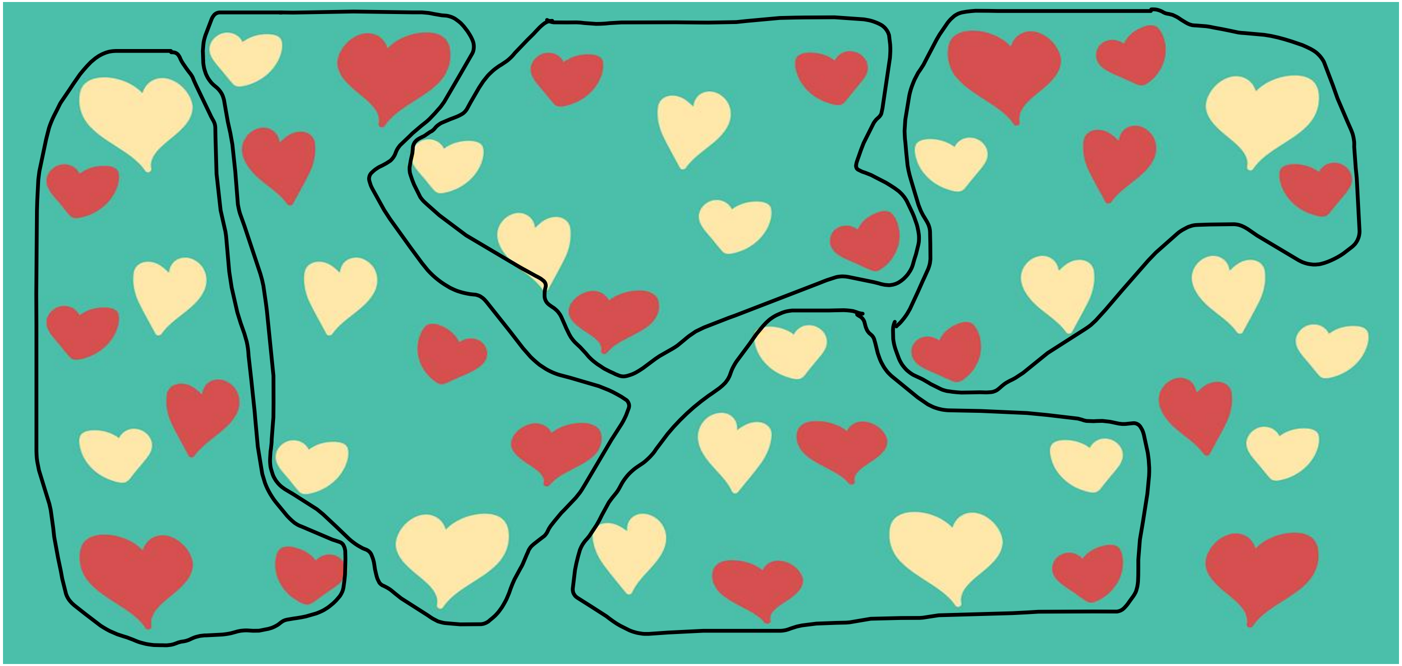
7



♡ | 3

A.7. – Einkreisen von Mengen

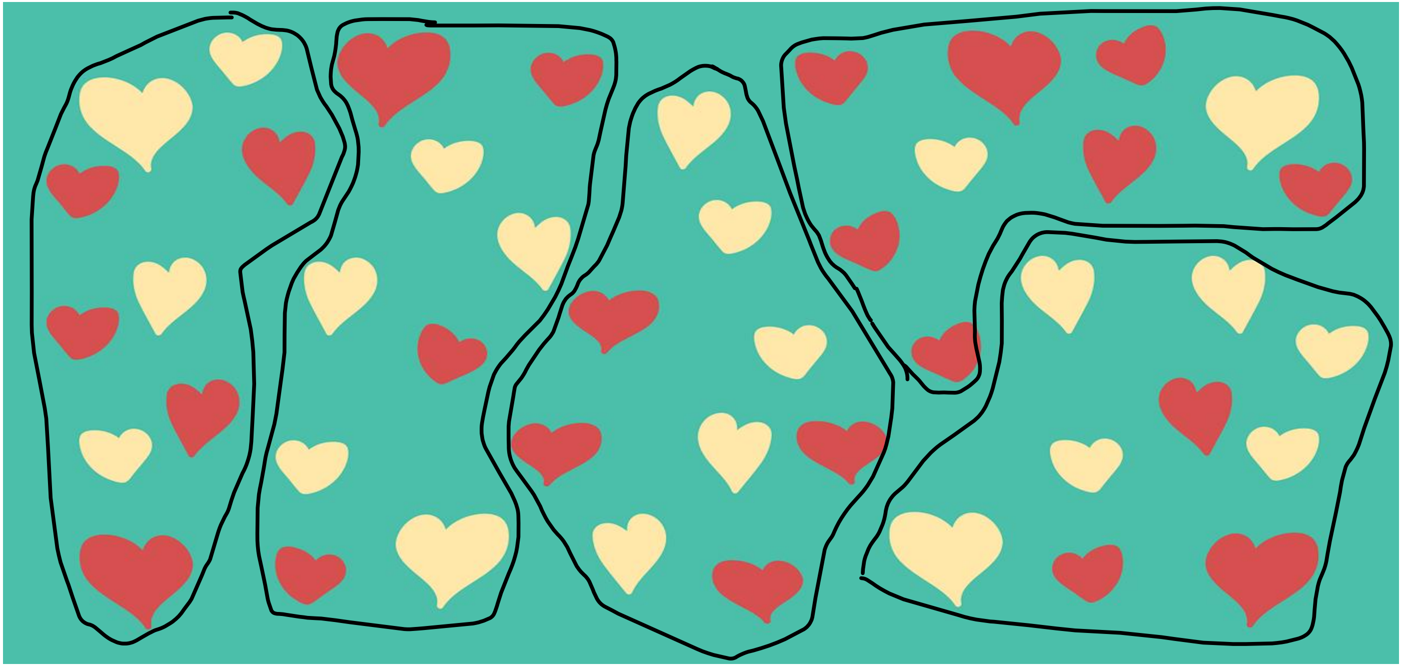
8



♡ **5**

A.8. – Einkreisen von Mengen

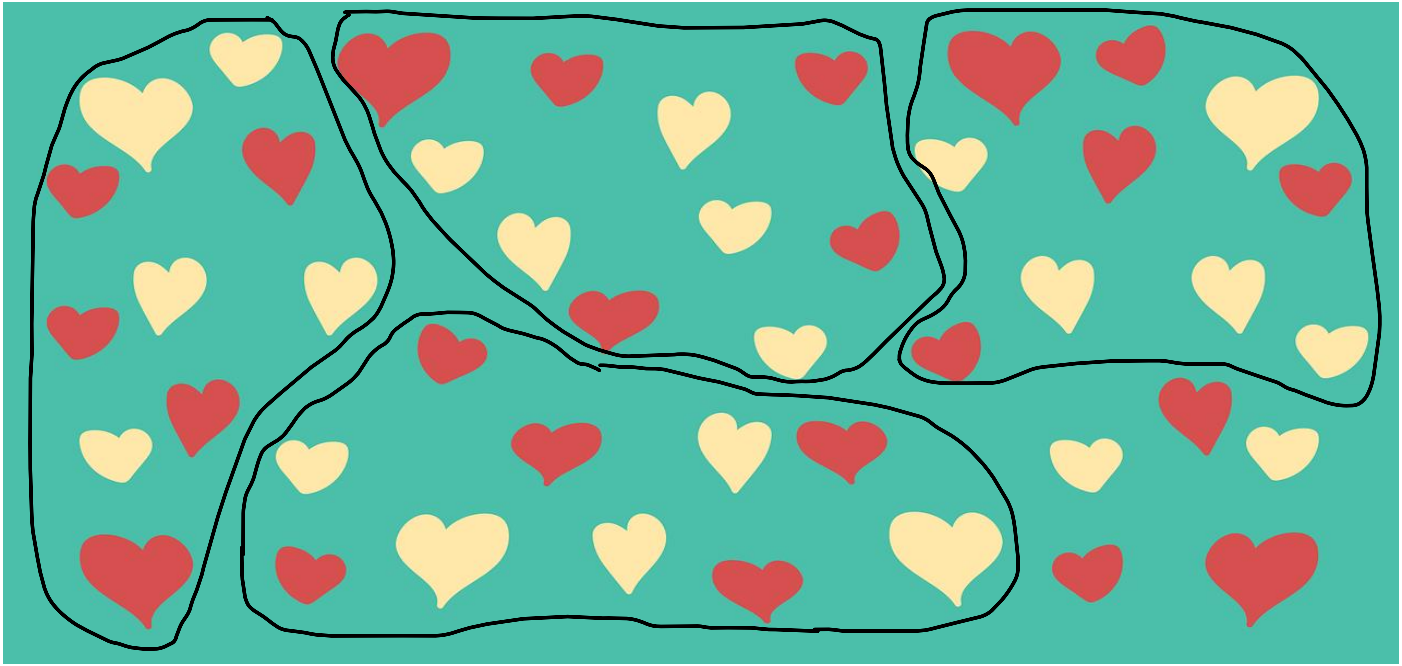
9



♡ **0**

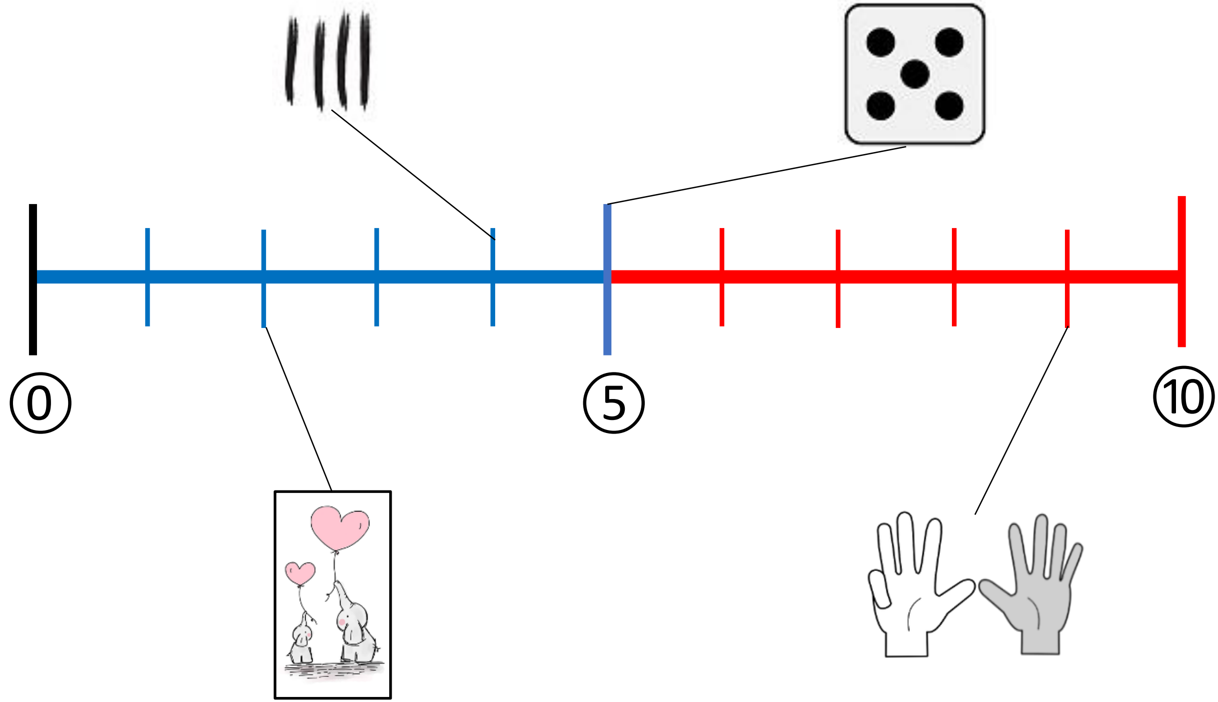
A.9. – Einkreisen von Mengen

10

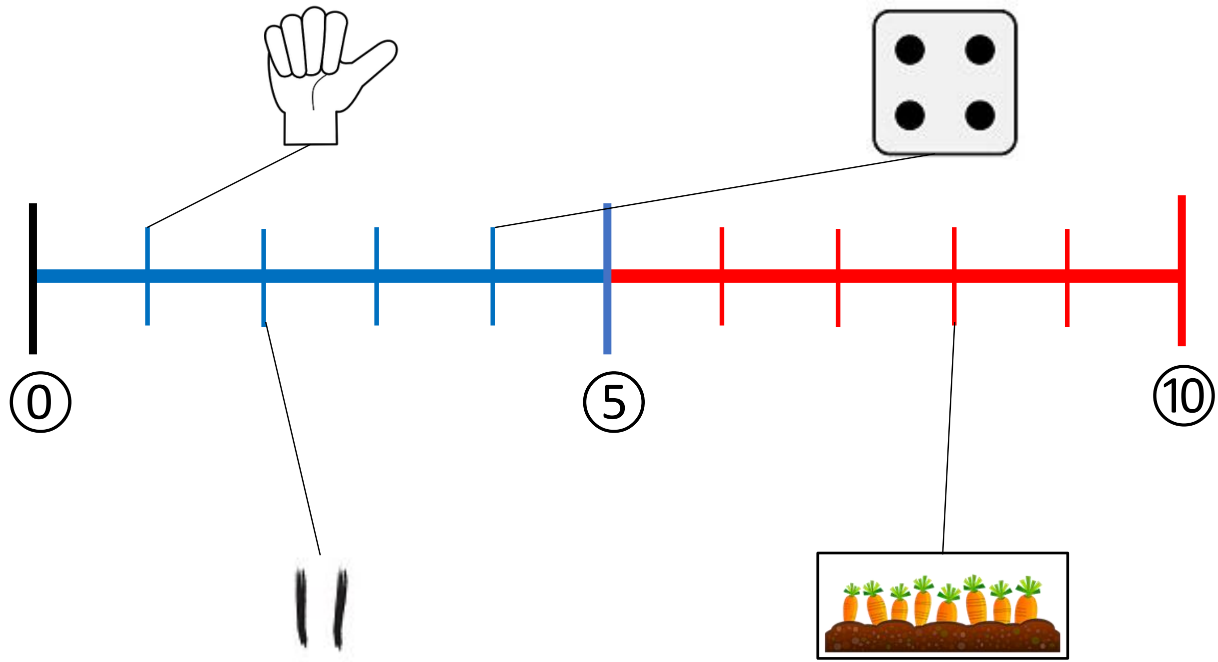


♡ | 5

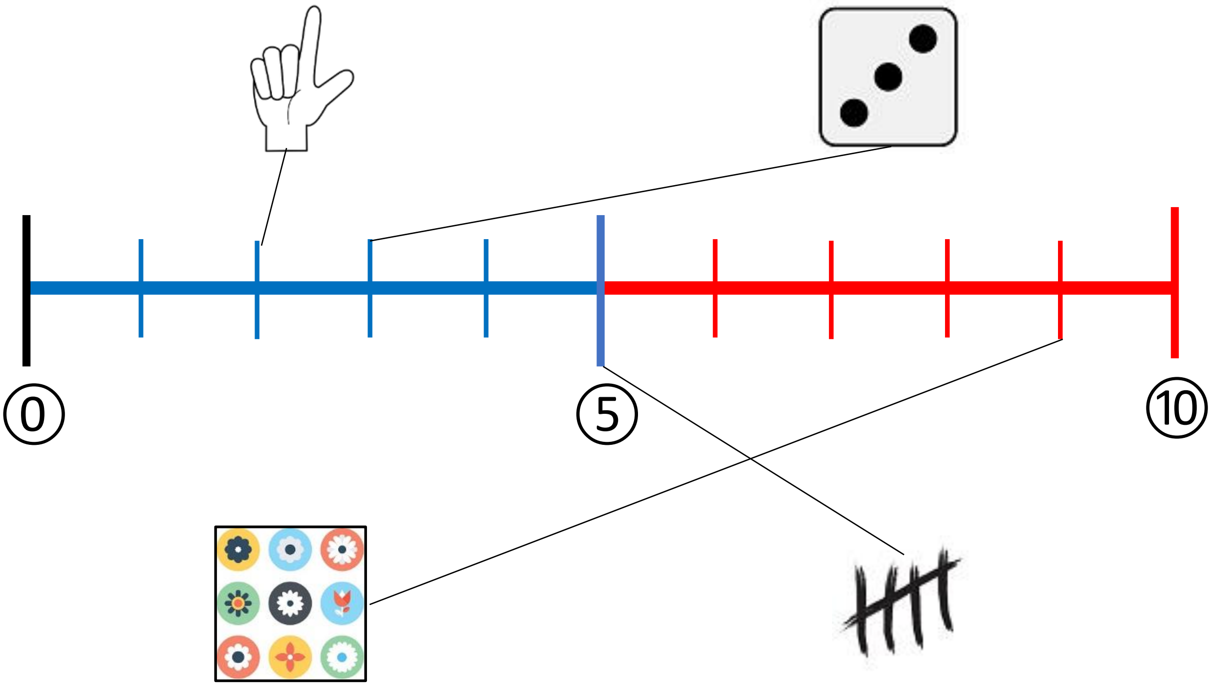
B.1. – Zuordnen von Mengen (bis 10)



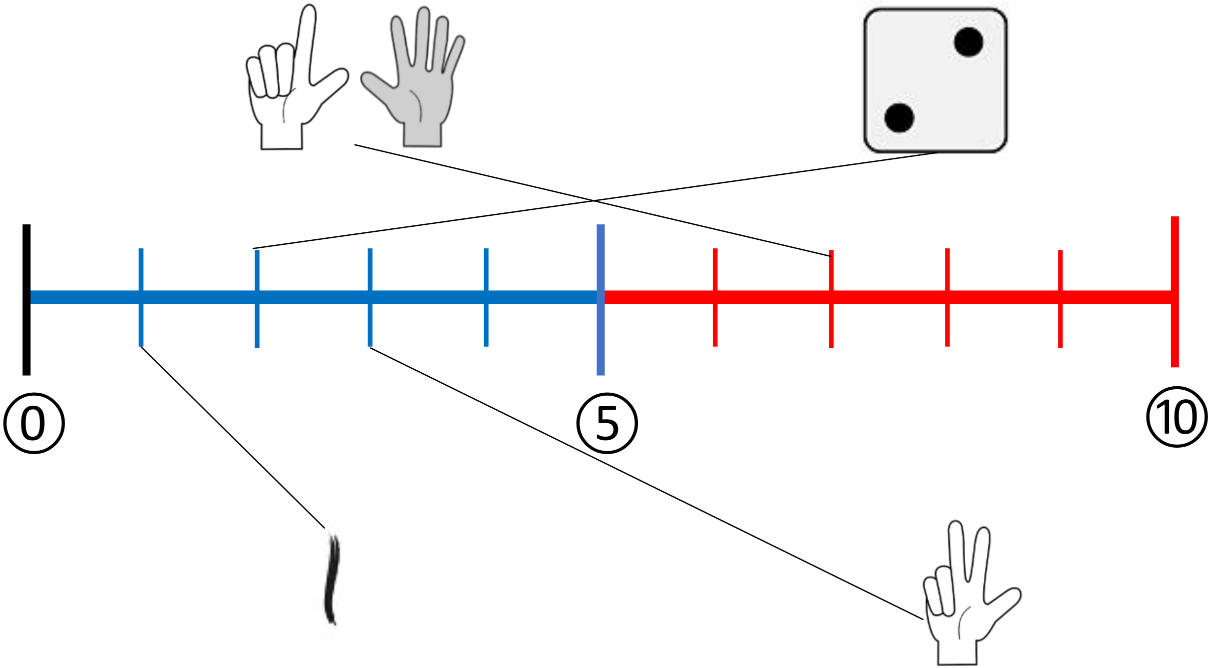
B.2. – Zuordnen von Mengen (bis 10)



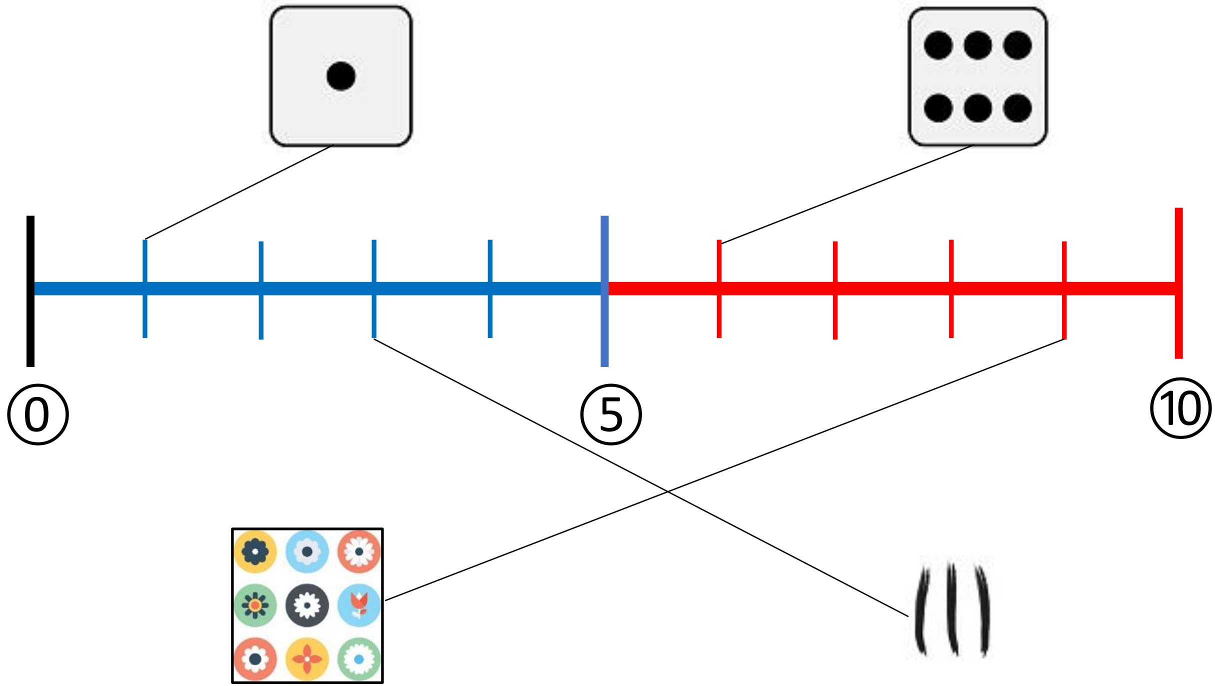
B.3. – Zuordnen von Mengen (bis 10)



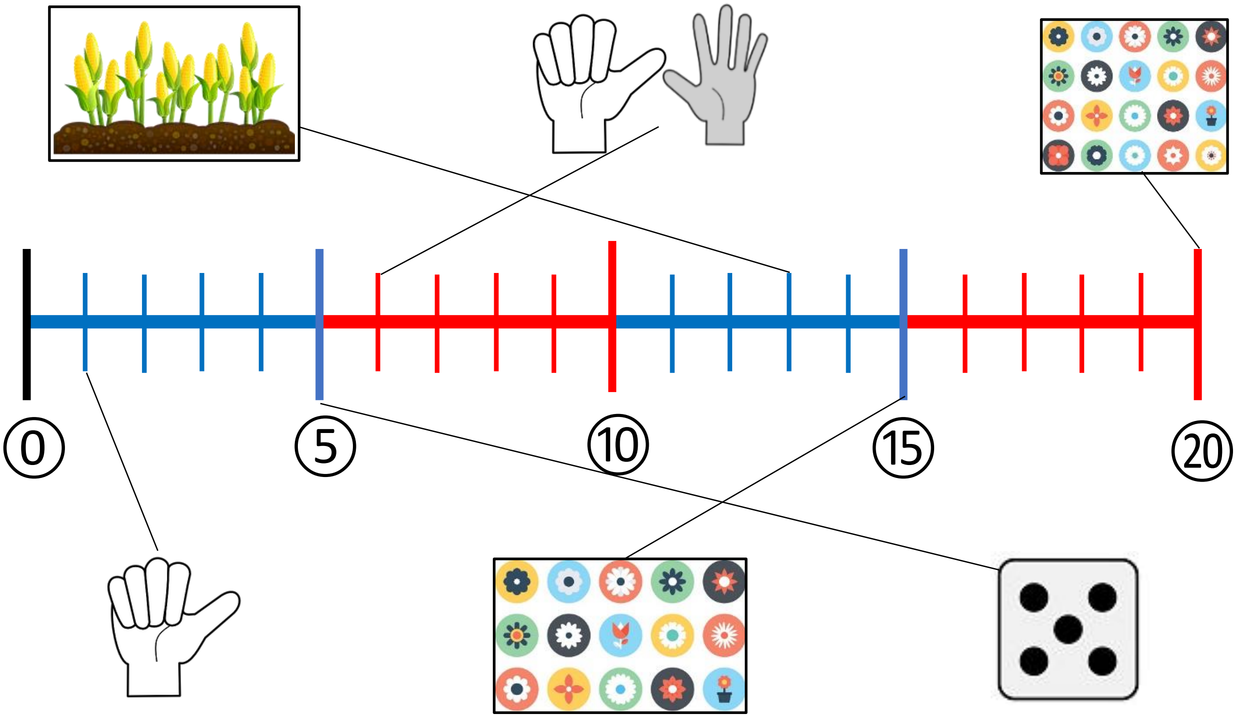
B.4. – Zuordnen von Mengen (bis 10)



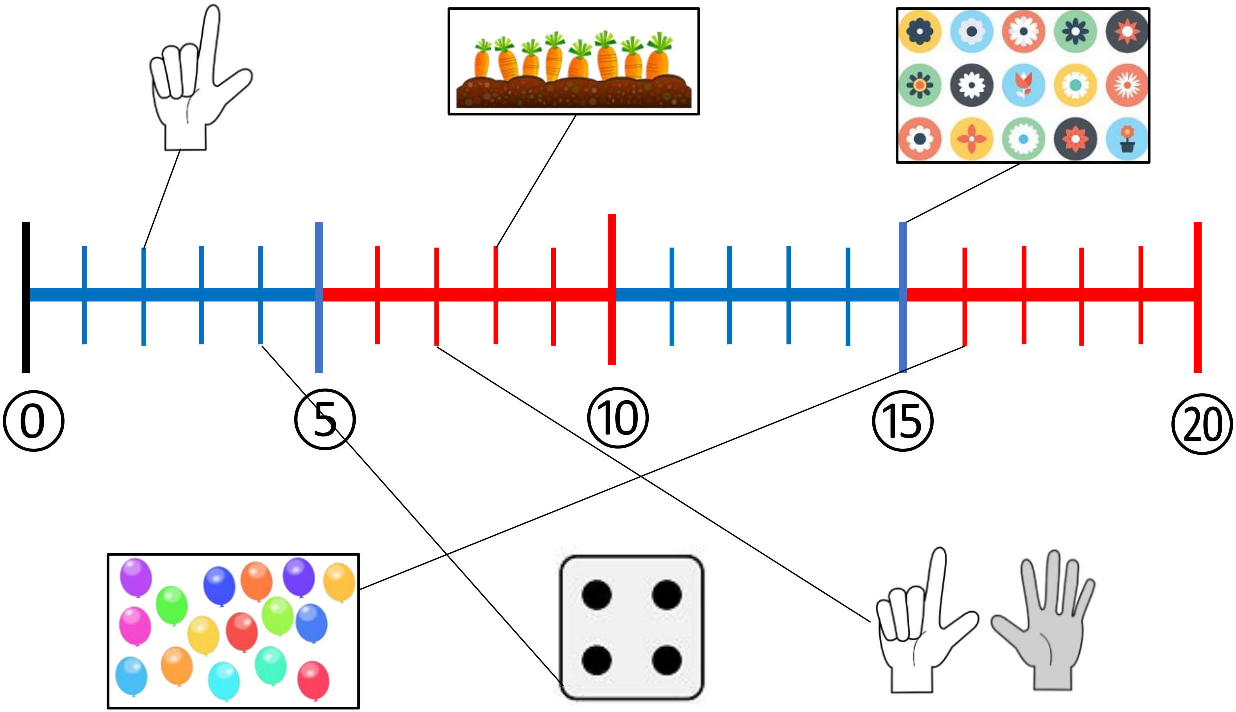
B.5. – Zuordnen von Mengen (bis 10)



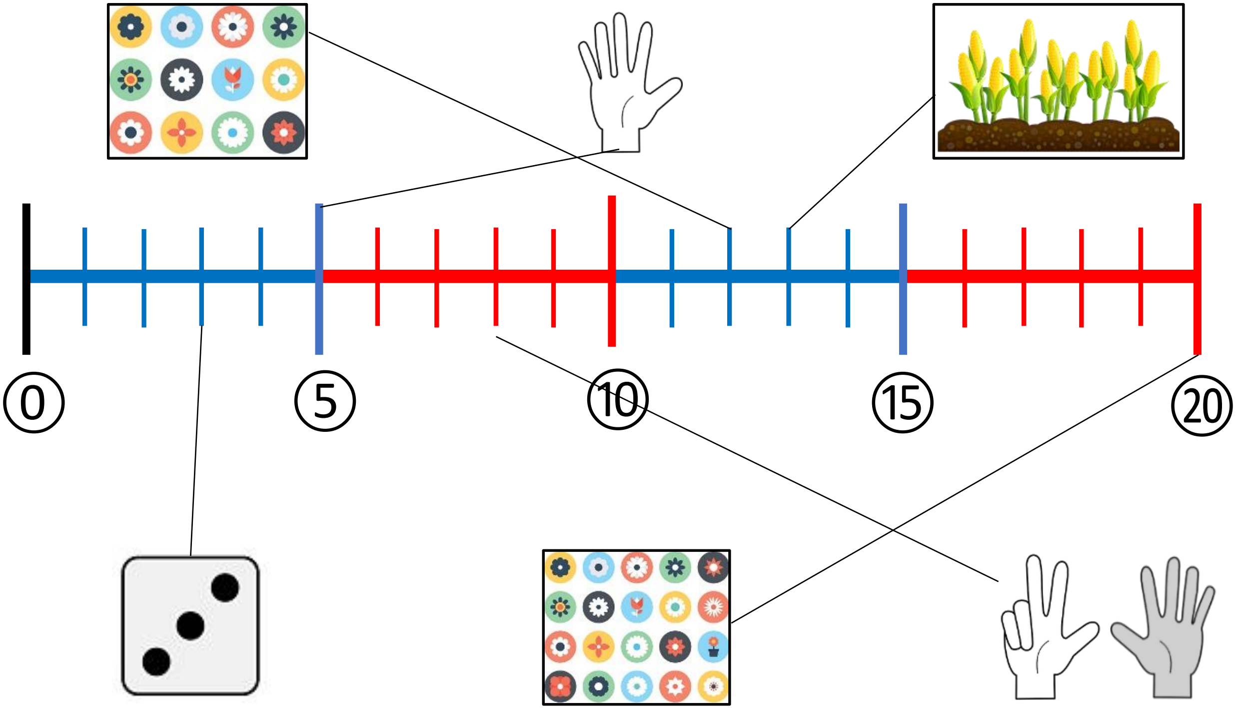
B.6. – Zuordnen von Mengen (bis 20)



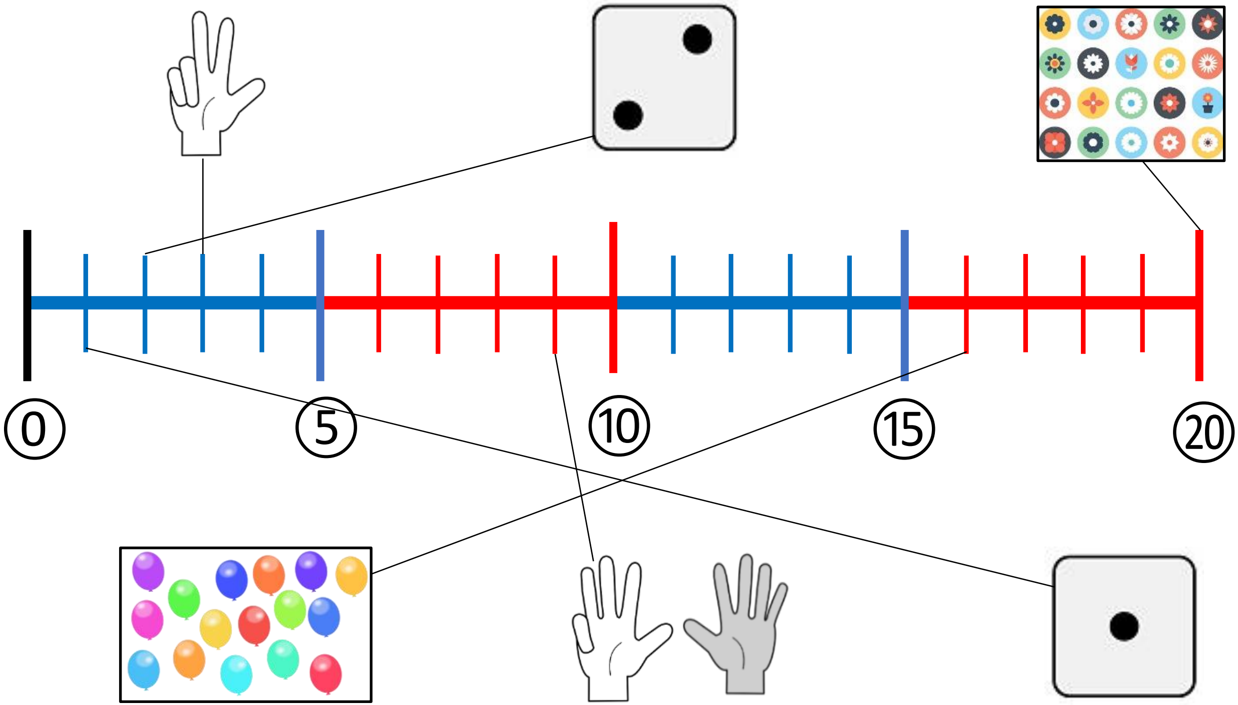
B.7. – Zuordnen von Mengen (bis 20)



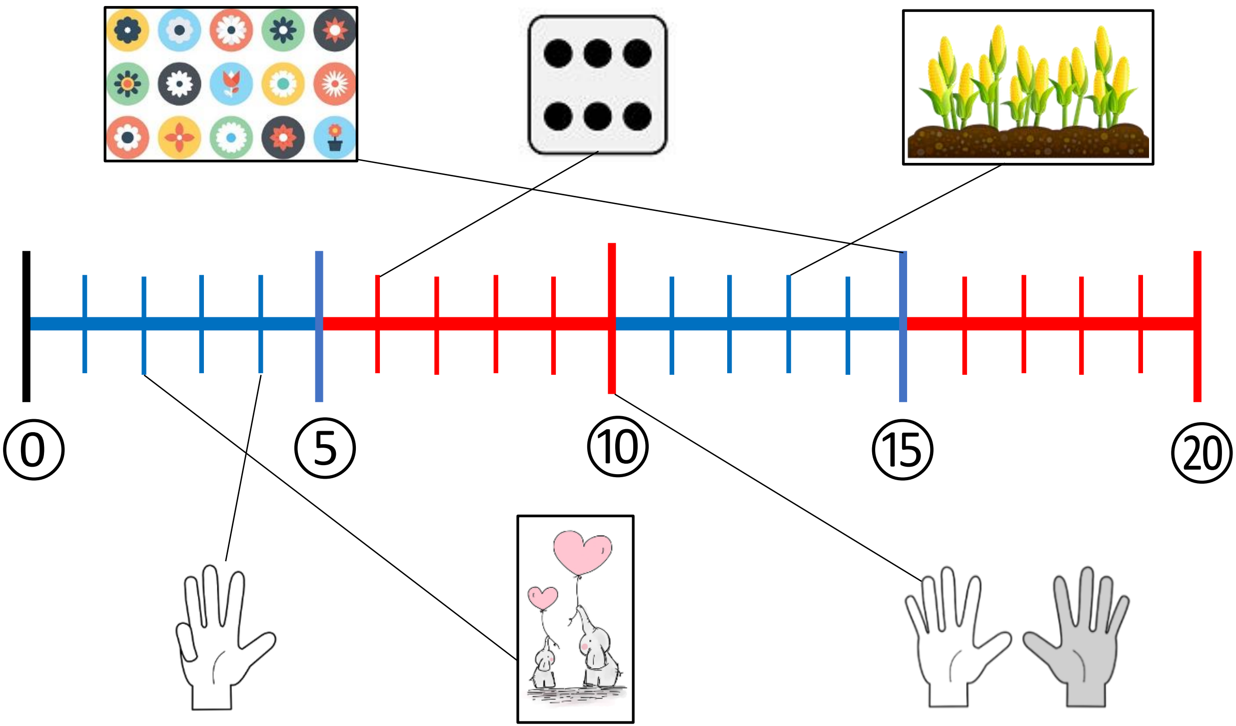
B.8. – Zuordnen von Mengen (bis 20)



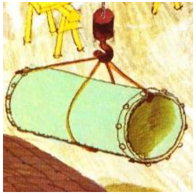
B.9. – Zuordnen von Mengen (bis 20)



B.10. – Zuordnen von Mengen (bis 20)



C.1. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)



4

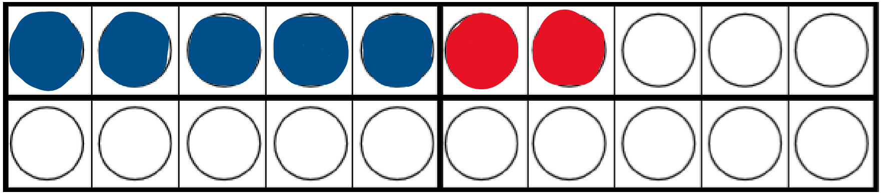
13

X

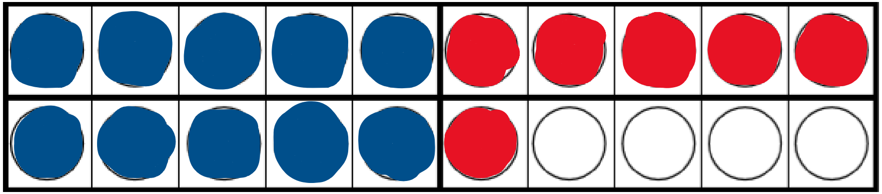
8

C.2. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)

7

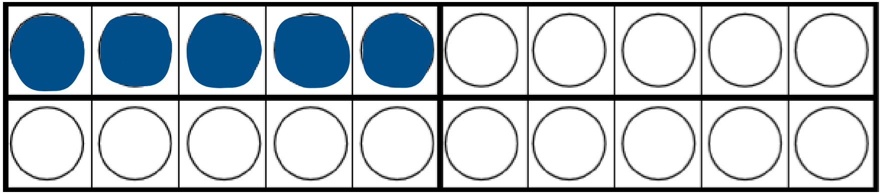


16

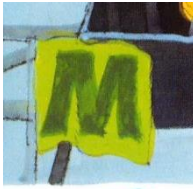


X

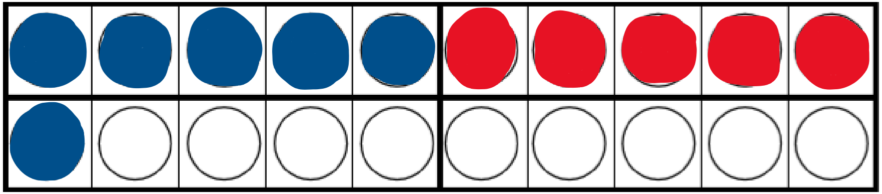
5



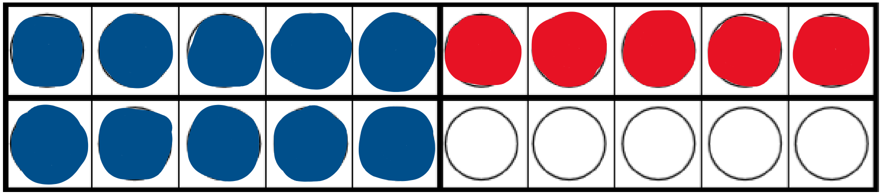
C.3. – Wie viele sind es? (Wimmelbilder)



11

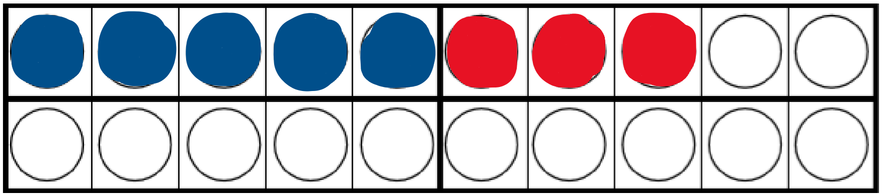


15



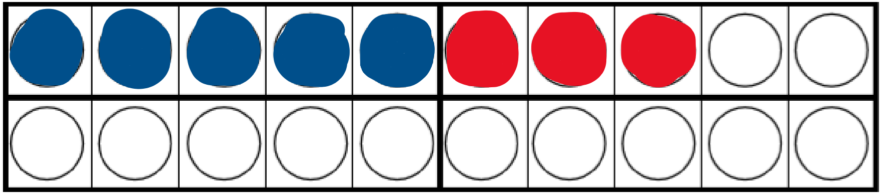
X

8

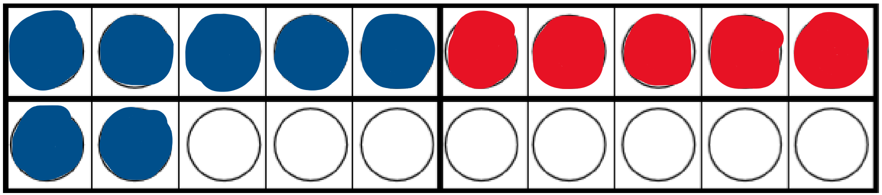


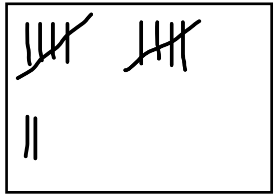
D.1. – Abzählen von Teilmengen

8



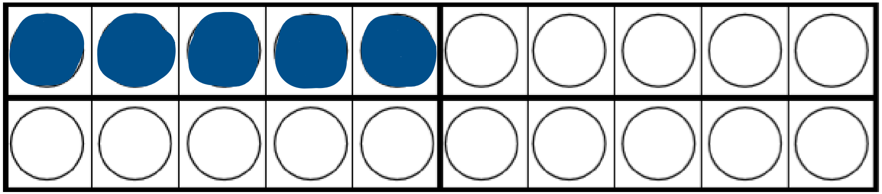
12



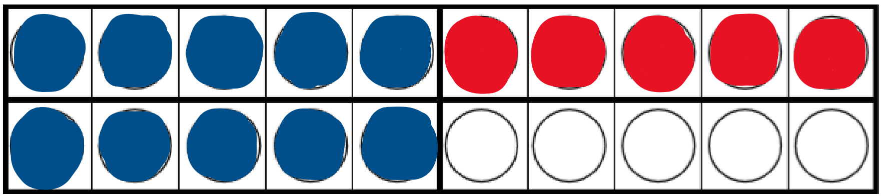


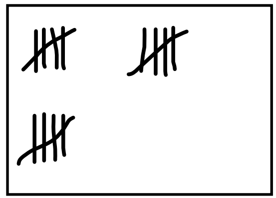
D.2. – Abzählen von Teilmengen

5



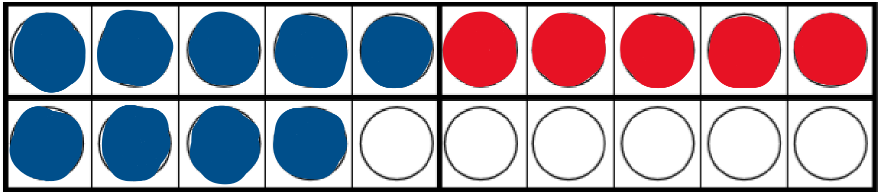
15

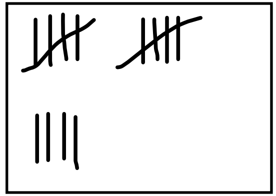




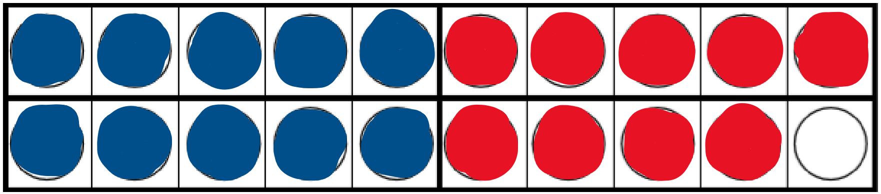
D.3. – Abzählen von Teilmengen

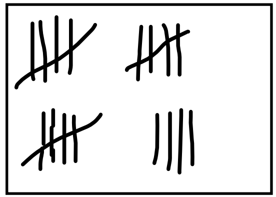
14





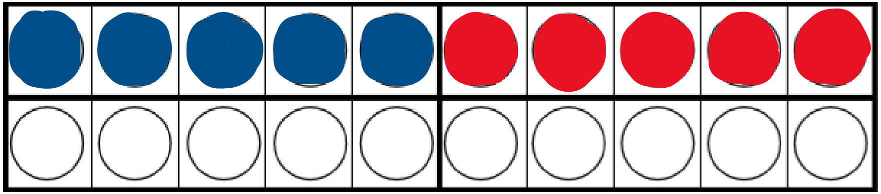
19

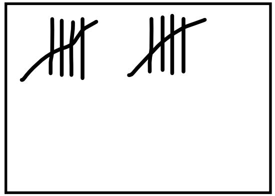




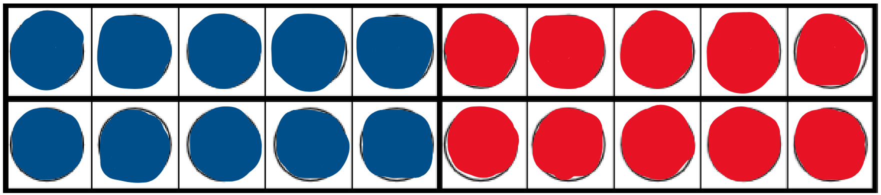
D.4. – Abzählen von Teilmengen

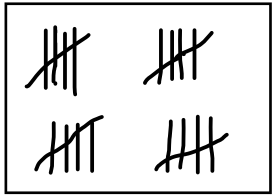
10





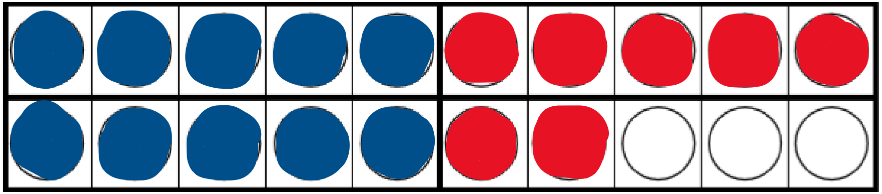
20

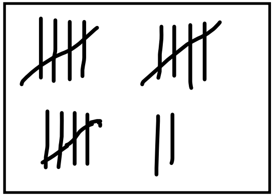




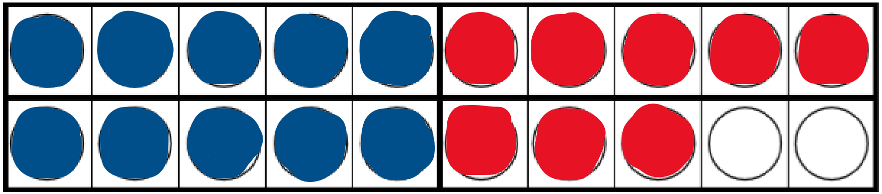
D.5. – Abzählen von Teilmengen

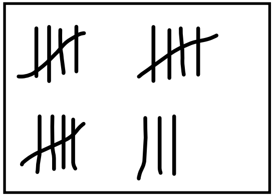
17





18





20

19

18

17

16

15

14

13

12

11

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1


Staudamm
Bau AG.


ZIRKUS - SANI
ZIRKUS
ZIRKUS


Ausgang
Vogel
Sport
Eingang
Auto
LOCKE
BLUMEN
POMMES
Getränke